



**JAN**  
**en ALLEMAN**

---

LIBER AMICORUM **drs J.Nuis** 1964-1991

***Jan en Alleman***

***Liber Amicorum  
voor drs J.Nuis  
bij zijn afscheid als directeur  
Beheerszaken van de  
Stichting Mathematisch Centrum  
en het CWI***

***22 November 1991***



## *Ten geleide*

Wie, zoals Jan Nuis, ruim 27 jaar zich inzet voor één werkgever - en dat in verschillende functies, zich ontplooiend van junior medewerker tot senior directeur, is met heel veel mensen in aanraking gekomen. Als hij daarbij, zoals Jan, een persoonlijkheid is die uit belangstelling voor en in betrokkenheid bij zijn medemens zijn vele contacten onderhoudt en cultiveert, dan maakt hij zich veel vrienden. Voor wat Jan Nuis betreft wordt dat overtuigend geïllustreerd door dit Vriendenboek.

De bijdragen in dit Liber Amicorum laten zien hoe breed en gevarieerd die vriendenkring van Jan is, en hoe gevarieerd de sporen zijn die hij heeft achtergelaten. U ontmoet op deze bladzijden de jonge wiskundige en de ervaren bestuurder, de bouwcoördinator voor het WCW-complex en de enthousiaste verzamelaar, zelf organisator van exposities, de snelwandelaar en de historicus en genealoog. U ontmoet vooral een markante persoonlijkheid, iemand rond wie de legendevorming nu reeds een aanvang heeft genomen.

Aan de vele goede woorden van de amici hoeft hier niets meer te worden toegevoegd. Op deze plaats spreken wij wel graag onze grote erkentelijkheid uit voor allen die zich hebben ingezet om de uitgave van dit boek mogelijk te maken. Naast de werknemers van de publicatiedienst - tekstinvoer, typografie en drukkerij - noemen we in het bijzonder Guus Hardeveld Kleuver en Gerrit Stemerding! Zonder hun grote inzet en toewijding was dit Liber Amicorum niet tot stand gekomen. Door Jan en alleman zou dat zeer zijn betreurd, want ook in deze vorm willen wij allen heel graag onze waardering en vriendschap voor Jan Nuis tot uitdrukking brengen bij zijn terugtrekking uit actieve dienst.

Wij wensen Jan en de zijnen van harte alle goeds toe!

Cor Baayen  
Gerard van Oortmerssen



## Inhoudsopgave

R.T. Baanders	1
P.C. Baayen	3
<i>Waarom Jan?</i>	
F.J.W. Barning	7
<i>Jan Nuis is de naam</i>	
H. Bavinck	11
<i>Herinneringen aan onze eerste jaren op     het Mathematisch Centrum</i>	
O.J. Boxma	13
<i>Zij mogen uiteraard daarbij de besliskunde     niet verwaarloozen...</i>	
D.C.A. Bulterman	21
<i>The Management Style of Jan Nuis</i>	
Th.A.C. van Campenhout	25
J. Grasman	27
<i>Asymptotische methoden voor de bepaling van     de mate van grondwaterverontreiniging</i>	
A.W. Grootendorst	35
<i>Methodus Auferendi Omnes Terminos Intermedios     ex Data Equatione</i>	
G.F.C. Hardeveld Kleuver	53
<i>In een diligence zaten...</i>	
M. Hazewinkel	57
<i>Crystallographic examination of stone walls</i>	
F. Kuiper	59
J. Langelaar	61
<i>Jan Nuis en het Wetenschappelijk Centrum     Watergraafsmeer</i>	
H.A. Lauwerier	65
<i>Plato Escher Nuis</i>	
G. de Leve	71
<i>Wiskunde voor 60+ en ouder</i>	
J. van de Lune	77
<i>Wie het weet mag het zeggen</i>	
W.J. Mol	79
<i>Jan Nuis, 1 augustus 1964 - 30 november 1991</i>	

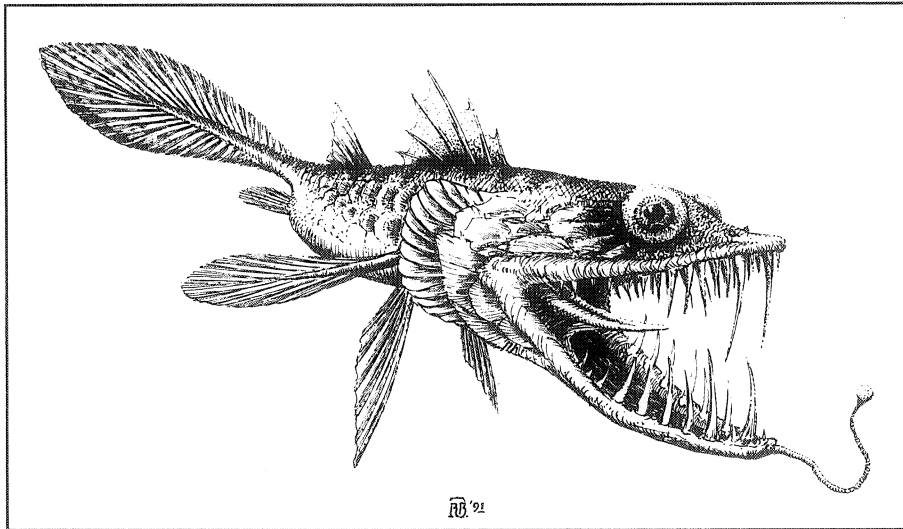
H.M. Nieland	91
G.Y. Nieuwland	93
<i>Twee Obolen</i>	
Bop Niksaart	97
<i>De Voetstukken van het CWI, aflevering 171: J. Nuis</i>	
H. Noot	99
<i>Jan Nuis en de geschiedenis</i>	
Mw. Ay L. Ong	103
<i>Kruislaan Impressies</i>	
Mw. R. van Ouwkerk - Pool	105
R. Poel	107
R. Poppe	109
<i>Het SARA-model, een voorbeeld?</i>	
G.M.A. Reniers	115
F.A. Roos	117
Mw. L. Roos	119
J. Schipper	121
Tj. Schipper	123
A. van der Sluis	125
<i>Enkele overwegingen bij de methode van Newton-Raphson</i>	
G.J. Stererdink	135
<i>Een Bloem voor Jan</i>	
N.M. Temme	139
<i>De Werkgroep Neutrixrekening</i>	
Mw. L. Vasmel	145
P. de Wolff	147
P.J. Zandbergen	149
<i>Dienstverlening op het gebied van Wiskunde     en Informatica en Jan Nuis</i>	







**E**en nieuw exemplaar  
voor de verzameling.



Tobias Baanders

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

Het Mathematisch Centrum heeft een zeer belangrijke rol gespeeld in de ontwikkeling van computers. Hierover is in 1989, ter gelegenheid van het 25-jarig jubileum van Jan Nuis, een permanente foto-tentoonstelling ingericht. Deze expositie is te bezichtigen in het CWI gebouw, in de zalen M279 en M280. De samenstellers van dit Liber Amicorum hebben een selectie uit deze foto's gebruikt om 'lege' pagina's op te vullen en daardoor dit boek te verlevendigen.



Op de rekenkamer van het Mathematisch Centrum werkte van 1948 tot 1955 een groep van 6 tot 8 rekenaarsters met mechanische en electro-mechanische machines. Midden op de foto Truus Hurts ( $\pm$  1951).

## WAAROM JAN?

Geschiedenis geniet grote belangstelling van Jan Nuis, en dat in diverse van haar aspecten. Om slechts enkele te noemen: Jan is een expert in de historie van de Nederlandse Marine, en in de regionale geschiedenis van het Gooi (in het bijzonder van Naarden); hij heeft grote belangstelling voor de geschiedenis van de (informatie-)techniek; en vanuit zijn interesse voor de (contemporaine) geschiedenis van wiskunde en informatica is hij een van de initiatiefnemers geweest voor de oprichting van de Commissie Persoonlijke Archieven Wiskundigen.

Maar een heel bijzondere plaats wordt toch wel ingenomen door de genealogie. Met groot respect hebben Jan's collegae van tijd tot tijd kennis kunnen nemen van zijn bijzondere deskundigheid op dit gebied. Met noeste inspanning ontgint Jan daarbij steeds verder de geschiedenis van eigen voorgelacht.

Met veel genoegen wil ik Jan Nuis hierbij een handreiking doen, juist ten behoeve van zijn genealogisch familie-onderzoek. Daarnaast wil ik hem een probleem voorleggen, met een hypothese betreffende de beantwoording daarvan. Ik hoop dat de studie, nodig voor de toetsing van deze hypothese en voor de correcte behandeling van de vraagstelling, zal bijdragen aan een plezierige en gezondheid bevorderende invulling van een deel van de leegte, ontstaan door zijn terugtrekking uit actieve dienst. De vraag is immers belangrijk en intrigerend genoeg!

Eerst dan mijn bijdrage aan de stamboom Nuis: een bijdrage die, naar mijn stellige verwachting, de kennis over de oorsprongen van dit geslacht met eeuwen vervroegt. Bovendien betreft het een voorouder waarover niemand zich behoeft te schamen: Karel de Grote, Charlemagne!

Inderdaad: met wiskundige zekerheid mag Jan Nuis Karel de Grote aan de lijst van zijn voorouders toevoegen. Het bewijs is weliswaar niet constructief - er blijven voorlopig nog een paar lacunes tussen Karel en Jan - maar dat mag niet deren: Jan is gelukkig geen verstokte intuitionist.

De bewijsvoering is tegelijkertijd verrassend eenvoudig en verbluffend overtuigend. Men merke eerst het volgende op. Als de stamboom van Jan Nuis een echte boom zou zijn, een graaf zonder circuits - met andere woorden, als in zijn voorgelacht nooit huwelijken zouden hebben plaats gevonden tussen personen die (hoe ver ook) met elkaar verwant waren - dan zou Jan in de dagen van Karel (742-814) meer dan  $2^{40}$  voorouders gehad moeten hebben. Tussen toen en nu liggen immers ruim 40 generaties. Het lijkt geen twijfel (kijk Jan maar eens goed aan!) dat meer dan de helft van die voorouders in Europa leefden, nog altijd  $2^{39}$  personen, of, als U liever tientallig rekt, meer dan  $10^{12}$ . De meest optimistische schattingen over de totale bevolking van Europa omstreeks het jaar 800 blijven echter ruim beneden veertig miljoen [cf. Colin McEvedy & Richard Jones, Atlas of World Population

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

History. Penguin Books, Harmondsworth, 1978]. Conclusies:

(i) de stamboom van Jan Nuis is (beschouwd als graaf) geen boom: huwelijk tussen verwanten kwam in zijn voorgeslacht veelvuldig voor;

(ii) de generieke europeaan uit 800 is tenminste tienduizendvoudig voorouder van Jan.

Nu wil dat natuurlijk niet zeggen dat Jan van iedereen afstamt (het idee alleen al!). In de genenpool van het Europa van toen was de drift betrekkelijk lokaal: genetische interactie tussen (bijvoorbeeld) bewoners van de Krim (Oekraïne) en De Krim (Overijssel) kwam toen - anders dan in vroegere eeuwen - nauwelijks voor. Bovendien hadden niet alle mensen van toen nageslacht, terwijl andere geslachten uit de negende eeuw inmiddels al lang zijn uitgestorven. Maar Karel de Grote had wel degelijk nakomelingen: van hem zijn 18 kinderen bekend, en tenminste 20 kleinkinderen; in de zevende generatie zijn 99 nakomelingen gedocumenteerd (het waren er in werkelijkheid ongetwijfeld veel meer!) [zie K.F.Werner, Die Nachkommen Karls de Groszen, in: Wolfgang Braunfels (Herausg.), Karl der Grosse. Lebenswerk und Nachleben, Bd IV. Schwann, Düsseldorf 1967<sup>2</sup>]. In talloze Europese geslachten, waarvan de genealogische gegevens tot de vroege middeleeuwen terug reiken, kan men dan ook vroeger of later afstamming van Charlemagne aantonen [cf. Erich Brandenburg, Die Nachkommen Karls des Groszen, 1.-14 Generation. Leipzig 1935].

Onontkoombaar dringt zich de conclusie op dat de kans, dat Karel de Grote een voorvader is van Jan Nuis, geschreven moet worden als 0.9999..... gevolgd door nog zoveel meer negens, dat zelfs een zo gewetensvol en precies financieel beheerder en economisch directeur als Jan Nuis altijd geweest is, tegenover de meest veeleisende accountant of de meest exacte controleur van de Rekenkamer deze in volle overtuiging als 1 zal presenteren!

En nu de probleemstelling: WAAROM JAN? Uitvoeriger: *waar komt het gebruik van de doopnaam Jan vandaan?*

Onnozele vraag, denkt U. Jan, Jo, Hans, Iwan, Juan, Jack, Nino, Wannes en nog een veelvoud van andere vormen, ze gaan allemaal terug op de bijbelse naam Johannes, een van de gebruikelijkste Joodse namen, die onder meer gedragen werd door St. Jan de Doper en Sint Jan de Apostel. Geen wonder dus dat in het (traditioneel christelijke) Europa de vele afleidingen van Johannes tot de meest bebezigde namen behoren!

Maar U interrumpeert te vroeg: U hebt niet goed naar mijn vraag geluisterd. Die luidde *niet* 'waar komt de naam Jan vandaan', maar 'waar komt het *gebruik* van de naam Jan vandaan'. En dan bedoel ik in het bijzonder: het gebruik van die naam in de Lage Landen en hun buurlanden, in *West-Europa* dus.

Karel de Grote noemde géén van zijn 18+ kinderen Jan of Johanna, en vele generaties lang kom je die naam helemaal niet tegen, niet bij de nakomelingen van Karel en evenmin bij andere bekende geslachten in West-Europa. Toen graaf Floris van Holland (de vijfde van die naam) zijn omstreeks 1284 geboren zoontje Jan noemde, was dat een geheel nieuwe naam in de grafelijke familie. Ja, Floris' tante Aleid was met een Jan gehuwd, Jan van Avesnes, graaf van Henegouwen; maar in het

huis van Gerulf was de naam nooit eerder gebruikt [vgl. E.H.P.Cordfunke, Gravinnen van Holland. Huwelijk en huwelijkspolitiek van de graven uit het Hollandse Huis. De Walburg Pers, Zutphen 1987. Ook: A.W.E.Dek, Genealogie der Graven van Holland. Dissertatie UvA 1954].

Toegegeven, zeven jaar voordat Jan van Holland geboren werd, was al de 21<sup>e</sup> paus gestorven die de ambtsnaam Johannes had aangenomen, en de toekomstige Johannes XXII, Jacques Duèse, was inmiddels al 39 jaar oud. Maar deze pausen waren niet met deze naam *gedoopt*. Het is niet verrassend dat juist geestelijken bij hun wijding een bijbelse naam aannamen, en dat Jan daarbij hoge ogen gooide. Vroege voorbeelden daarvan zijn Johannes Scotus Eriugena (IXe eeuw) en Johannes Parvus (John of Salisbury, c.1115-1180, bisschop van Chartres). Maar als we deze wijdingsnamen niet meereken, en naar 'normaal' gebruik (als doopnaam) vragen, dan duurt het heel lang voordat het gebruik van Jan (of varianten ervan) te documenteren is. De oudste die ik bij een snelle rondblik door een stapel genealogisch materiaal aantrof, zijn Ivan van Aalst, heer van Waas (1117-1145), Jean de Brienne (1148-1237; 1210 titulair koning van Jeruzalem; 1231 keizer van Constantinopel) en João van Portugal, geboren in 1156 als zoon van koning Afonso I (en een nazaat van Charlemagne). Bekender is wellicht een andere nakomeling van Karel, nl. John Lackland, de enige Engelse koning die ooit Jan geheten heeft (geboren in 1167). Als de vrouwelijke variant Johanna mee mag doen, dan is de vroegste mij bekende draagster Johanna van Montferrat, die in 1128 huwde met Willem Clito (korte tijd graaf van Vlaanderen).

Maar goed, dat ze in onze buurlanden zo traag waren met het accepteren van die zo populaire naam Jan - och, daar waren ze buitenlanders voor. En de graven van Holland waren nu eenmaal notoir conservatief in hun naamgeving, met al hun Diederikken en Florissen. Maar hoe was het verder hier bij ons, in het land van Jan, Jannetje en hun jongste kind?

Toen Jan van Holland gedoopt werd liepen in de Lage Landen inderdaad al heel wat Jannen rond, zoals Jan van Borselen en zijn neef Jan Mulart (geboren ca 1260), Jan II van Arkel, Jan I van Kuyc (1230-1308), Jan van Teilingen, Jan Persijn van Haarlem, Jan van Renesse, Jan I van Heukelom en Jan (†1312), broer van Wouter II van Egmond. Binnen enkele jaren zou ook Floris' tegenstander Gijsbrecht van Amstel zijn zontje Jan noemen (1291). Toch kwam de naam Jan in de Lage Landen pas veel later in gebruik dan in de buurlanden Frankrijk en Engeland. In de noordelijke Nederlanden heb ik nog geen voorbeelden gevonden, ouder dan Jan van Putten, die genoemd wordt in 1216 (zoon van Dirk Persijn), Jan I van Lede (heer van Schoonhoven 1247-1258), Jan I van Arkel (heer van Arkel 1253-1264) en Jan I van Kuyc (geboren ca 1230). In de zuidelijke Nederlanden vinden we de reeds genoemde Ivan van Aalst (fl.1117-1145), Jan I, Castellanus van Brugge (1179-1196), Johanna van Constantinopel, gravin van Vlaanderen (geboren 1200) en haar neefje Jan I van Avesnes, graaf van Henegouwen (geboren 1218). In de Zuidelijke Nederlanden begint het gebruik dus (aanvankelijk sporadisch) in de twaalfde eeuw, en het zet flink door in de dertiende eeuw; in de Noordelijke Nederlanden - verder weg van Frankrijk - treffen we het gebruik van de naam Jan pas aan in de dertiende eeuw.

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

De introductie in de Duitse landen loopt gelijk op met die in de Noordelijke Nederlanden. Jan I, vorst van Mecklenburg, ontving die naam in 1211. Jan van Nassau, bisschop van Luik van 1267 tot 1288, was wat jonger. Frederik van Zollern noemde twee van zijn zoons Johann; één van hen overleed in 1261, de ander in 1300. En Jantje van Holland was 12 jaar oud toen Rudolf II van Habsburg, hertog van Oostenrijk, zijn zoontje Johann noemde. Ook in de Russische vorstendommen doet (voor zover ik kan nagaan) de later zo populaire naam Iwan pas in de dertiende eeuw zijn intrede.

[In de grieks sprekende wereld is de naam Ioannes altijd in gebruik geweest, niet alleen bij geestelijken - ik herinner maar aan geliefde heiligen als Johannes Chrysostomos (c349-407), Johannes Klimakos (c 579-649) en Johannes Damaskenos (c 690-c749) - maar ook bij seculiere personen, zoals de basileus Ioannes I Tzimiskes (geboren c925) of Iwan Wladislaw, in 1015 Tsar der Bulgaren (grieks was niet zijn moedertaal, maar de Bulgaren behoorden wel tot de Byzantijnse cultuursfeer)].

Ik herhaal mijn vraag: waar komt het gebruik van de doopnaam Jan (of varianten daarvan) in West-Europa vandaan?

Een hypothese hierover heb ik beloofd. Welnu, deze houdt in dat de introductie voor seculier gebruik van de naam Johannes een van de gevolgen is van de kruistochten. Toen Godfried van Bouillon met zijn kruisleger in 1099 Jeruzalem veroverde, trof hij daar aan het Hospitaal van St.Jan de Doper, dat de kooplieden van Amalfi reeds in 1023 hadden gesticht ter ondersteuning van de pelgrims naar het Heilige Graf. Godfried zette deze instelling om in een geestelijke ridderorde, die in 1113 door paus Paschalis II als zodanig werd bevestigd. Al spoedig traden leden van de voornaamste geslachten in West-Europa toe tot deze 'Ridderlijke Orde van St.Jan de Doper van het Hospitaal te Jeruzalem'. In vele landen verwierf deze Johannietier Orde goederen: in de Noordelijke Nederlanden o.m. bij Nijmegen (1196), Montfoort en Utrecht (1252).

De populariteit van St.Jan de Doper als beschermheilige en schutspatroon moet door het succes van de Hospitaalridders aanzienlijk zijn toegenomen. Veel vooraanstaande families raakten daar - door toetreding van familieleden - bij betrokken. In Frankrijk en Franco-Engeland gebeurde zulks eerder dan in de Noordelijke Nederlanden en de andere vorstendommen van het Heilige Roomse Rijk. Zou daar niet de bron liggen van het seculiere gebruik van de naam Johannes? Dáárom JAN?

Het is, zoals gezegd, maar een hypothese. Misschien dat Jan Nuis in zijn nieuwe staat des levens de gelegenheid weet te vinden deze hypothese te toetsen. Ik hoop dat zulks hem dan veel genoeg bezorgt, en ik zou zeer geïnteresseerd zijn in zijn bevindingen!

In ieder geval, Jan: alle goeds!

Cor Baayen

## Jan Nuis is de naam

Als een ware wervelwind baande hij zich een weg door het onstuimig wiskundig krachtenveld, bezaaid met talrijke oneffenheden, struikelblokken en fijngevoeligheden, om vele hinderlijke hobbels glad te strijken, braakliggend terrein te ontginnen en niet alleen wiskundig Nederland, maar ook andere disciplines de weg te wijzen naar het centrale punt, het MC c.q. het CWI.

- Wie was de man, die in de zestiger jaren voor allerlei projecten, om met zijn eigen zeggen het uit te drukken, was ingehuurd en het bedrijven van wiskunde liet liggen om zich op het MC aan andere belangrijke zaken en taken te wijden, waartoe hij werd aangezocht?
- Wie was de man, die kans zag bij 'hoger intern gezag' zich snel en goed in te werken en daarin een vooraanstaande positie te verwerven en het volle vertrouwen?
- Wie was de man, die als inmiddels bevoegd organisatie-deskundige in hoge mate ertoe bijdroeg te Amsterdam o.a. een academisch rekencentrum van de grond te brengen en een goed geoutilleerde nieuwe huisvesting voor het MC op te richten en dank zij bv. zijn goed gevoel voor verhoudingen daarbij voor het MC steun en vertrouwen wist af te dwingen bij vele belangrijke instanties in den lande?
- Wie was kortom de man die zijn stempel zo krachtdadig op het MC wist te drukken en die zijn naam op het instituut tot een begrip wist om te toveren?

Ongetwijfeld raadt men het direct: Nuis is de naam of liever gezegd Jan Nuis, want gevoel voor volledigheid en geen half werk, zeker ook bij het zich bekendmaken, was hem op het lijf geschreven.

Het zou te mooi zijn als bij deze positieve kwalificaties, waaraan nog vele zijn toe te voegen (bv. om in de sfeer te blijven, prima organisator van dit soort feestelijke aangelegenheden) als tegenwicht ook niet enkele (ogenschijnlijk) minder gunstige eigenschappen zouden worden genoemd. De scheidende directeur is immers ook maar een mens.



Zo is uit eigen ervaring van de samensteller van dit stukje o.a. het volgende op te tekenen:

- Hij was een rustverstoorder eerste klas, want trad voortdurend op als een aanjager, coördinator en stimulator en liet door zijn strijdvaardigheid en gedrevenheid ook anderen niet met rust, als het werken voor de goede zaak betrof.
- Hij hield geen patroon heel, want was er altijd op uit en slaagde daar ook dikwijls in, ergens dwars door heen te prikken.
- Hij was iemand, die erg graag zijn licht over zaken wilde doen schijnen, maar desondanks er niet voor terugdeinsde ernaar te streven daar waar mogelijk veel van de verlichting ook weer kort te sluiten.
- Hij wist een onder zijn hoede opgetrokken moderne huisvesting voor het MC, niet als een waar kenmerk van deze tijd volledig te bewaren, want liet oude stenen kopstukken van geleerden in de trapmuren inmetselen, zijn voorliefde voor historie (èn voor de wetenschap!) de vrije loop latend.
- Hij zag ook de bijzondere betekenis van het wiel niet zo zeer in, want was er voortdurend op uit en hield een ander dat ook altijd voor, het wiel vooral niet opnieuw uit te vinden, als het bv. ging om het opzetten van zekere administratieve informatiesystemen.
- Hij was ook dikwijls geneigd geen kortere termijn voor behandeling van bepaalde belangrijke zaken in acht te nemen dan die hem maximaal was gegund, want voorzichtigheid en zorgvuldigheid en voortdurend wikken en wegen was hem niet vreemd als het om het uitzetten van de precieze koers ging en hij zijn groot verantwoordelijkheidsgevoel daarop liet inspelen.
- Hij was in zeker opzicht ook een minder goed constructeur, want herleidde problematiek voor oplossing dikwijls in eerste instantie tot een reconstructie van feiten.
- Hij schoot bij wijze van spreken op alles wat bewoog en ging in de zestiger jaren daarbij zelfs schoot met de secretaresse van de toenmalige directeur, haar tot zijn echtgenote veroverend.
- Hij liet van menig betoog of stuk van anderen, met zoveel zorg dikwijls samengesteld, vaak weinig heel, want spitsvondigheid en kritische zin steunden hem in het vinden van de zwakke punten en tot het stellen van de hamvraag, die vanwege zijn helder inzicht al heel spoedig bij hem opkwam.
- Hij was in staat en zo leek het onmiskenbaar, zich onmisbaar te maken, in weerwil van hetgeen hij een ander voorhield, er altijd op voorbereid te zijn dat ook jij wel eens onder de tram kan geraken en

voortzetting van het werk door anderen dan geen onoverkomelijk probleem mag vormen.

Het zal de goede verstaander niet ontgaan zijn dat deze ogenschijnlijk 'negatieve' opsomming als belangrijk aspect heeft dat ook daaruit nog vele positieve kwaliteiten van Jan Nuis naar voren komen en dat is ook de bedoeling geweest. Een illustratie van eigenschappen en activiteiten, uit te breiden met nog vele andere, die in hun totaliteit veel voor het MC hebben betekend en in hoge mate ertoe hebben bijgedragen het te maken tot hetgeen het is geworden na een thans bijna 50-jarig bestaan (en dat nog net voor zijn vertrek nu ook mede door zijn inspanning zelfs te bereiken is d.m.v. een directe gemeentelijke busverbinding). Wij moeten hem voor al het geleverde wel zeer dankbaar zijn.

Jan, je zal het jubileumjaar 1996 van het MC niet als personeelslid meer meemaken. Je hebt door je afscheid thans, gekozen voor een andere verdere levensweg en die lijkt mij ook een zeer verstandige, want de tijd gaat hard en je moet je er niet door laten inhalen, want ze is voorbij voor je het weet en er is ook nog zoveel te doen in de privé-sfeer.

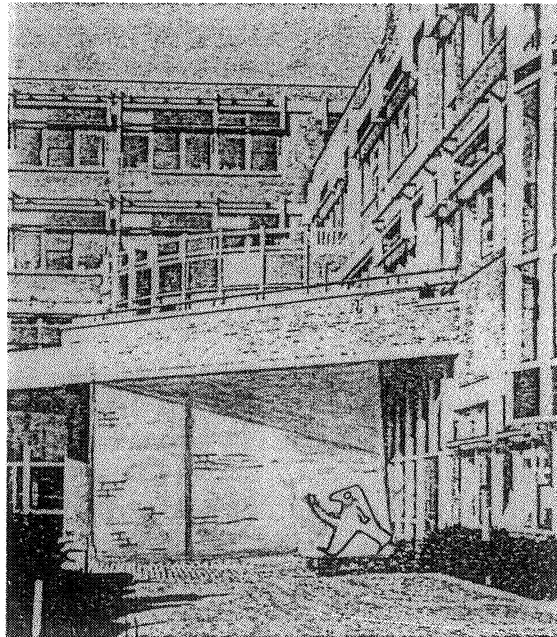
Ik zou nu kunnen besluiten met de vrome woorden: 'Maak gebruik van een welverdiende rust, want je hebt maar al te vaak in een groot strijdgewoel je werk moeten verrichten' en misschien daaraan nog toe te voegen, dat 'wie kan begrijpen wat een inspanning je dat heeft gekost en wie kan voelen wat je meermalen hebt doorstaan'.

Ik hanteer dat sentiment hier liever niet, hoewel alles wat dan gezegd zou zijn, zeker op jou van toepassing is, al zal je de aanbeveling tot rust zeker niet opvolgen.

Veel belangrijker is wel en dat is de stellige overtuiging dat je het allemaal met veel hart en ziel en met volle liefde voor het MC hebt gedaan en dat je ongetwijfeld ook met veel voldoening op je prestaties en op de waardering die je alom hebt geoogst, kan en zal terugzien.

Jan en Marie José, Zoé en ik wensen jullie voor de dagen en jaren die volgen alle goeds toe, een goede gezondheid en veel genoeg bij alles wat jullie zullen ondernemen, profiterend van de ongedwongenheid en de ruimere vrije tijd.

Je oud-collega Freek Barning



*Jan Nuis houdt het voor gezien  
Het is mooi geweest.*

### Herinneringen aan onze eerste jaren op het Mathematisch Centrum

Jan Nuis en ik traden beiden zomer 1964 in dienst bij de afdeling Toegepaste Wiskunde (T.W.) van het Mathematisch Centrum M.C.), ik per 1 juni, Jan per 1 augustus. De hele aanstellingsprocedure liep in die tijd uiterst informeel. Nadat je door de directie was aangenomen besprak Mevrouw Reckman het één en ander met je, maar iets zwart op wit kreeg je niet. De eerste twee maanden was er geen eigen kamer voor mij beschikbaar, zodat ik werkte waar er plaats voor mij was, maar per 1 augustus kwam er een kamer vrij die Jan en ik samen betrokken. In die maand augustus trouwden Jan en Marie José (Marie José was de secretaresse van Prof. van Wijngaarden, de directeur van het M.C.) en ze hadden een huis gekocht in Purmerend waar ze gingen wonen. Als kamergenoot beleef je veel van de organisatie van de bruiloft en de inrichting van het huis een beetje mee. Hun receptie was er één uit een hele reeks in die tijd: vele M.C.ers promoveerden in 1964 waaronder Cor Baayen, de huidige wetenschappelijk directeur en Eduard de Jager, onze toenmalige sous-chef. Het gaf ons volop de gelegenheid om onze collega's van de afdeling T.W. beter te leren kennen en in die tijd zijn er vriendschappen ontstaan die het tot op heden hebben uitgehouden.

Het was een roerige tijd. TV programma's als "Zo is het toevallig ook nog eens een keer" en "Hadimassa" schopten tegen alle mogelijke schenen, de Irene-affaire, provo, het "Huwelijk" en het juni-oproer zorgden steeds voor nieuwe gespreksstof.

We werkten beiden in die tijd aan singuliere storingsproblemen en dus konden we over ons werk ook heel wat discussiëren. Aan het colloquium over "Partiële differentiaalvergelijkingen met een kleine parameter" werd door ons intensief deelgenomen.

Onze kamer was gelegen op de tweede verdieping van het oude M.C. aan de 2<sup>de</sup> Boerhaavestraat, en wel aan de achterkant. We keken uit op de Amstel-brouwerij en ademden daar ook de penetrante lucht van in. Toen de directie een gewezen marine-officier aan had gesteld als hoofd Algemene Zaken, beklaagden wij ons bij hem en hij kreeg voor elkaar dat de afvoerpijp van de stankverwekker iets werd verlengd. Het hielp een beetje. Het was het enige succes voor deze ex-marineman op het M.C. Hij ergerde zich eraan dat er mensen te laat kwamen en dus besloot hij, dat de voordeur van het M.C. om 9.10 uur dicht moest, zodat wie er dan in wilde moest bellen. De eerste die dat overkwam was Prof. van Wijngaarden ! Na nog enkele van dergelijke miskleunen

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

is hij maar vertrokken.

Zomer 1966 moest ik in militaire dienst en toen ik na een aangename tijd op RVO-TNO 1 februari 1968 terugkwam op het M.C., deelde Jan de kamer met Jan Frankena. Bijgaande foto dateert van 7 februari 1968, genomen bij de promotie van onze collega Reind van der Riet. Jan en ik waren zijn paranimfen en tijdens de receptie na afloop van de promotie maakte de fotograaf deze prijs-foto van ons. Bij het bekijken van deze foto gaat vermoedelijk de eerste aandacht uit naar mij. Inderdaad is dit één van de meest comische foto's ooit van mij gemaakt: ik word verrast bij het eten van een bitterbal, terwijl de hoofden van de beide dames die op de receptie bedienden als een soort epauletten lijken te fungeren. Het scheve glas is ook een interessant detail. Toch is de foto in veel belangrijker mate karakteristiek voor Jan. Hij staat erbij als toekijker met een geamuseerde blik, licht spottend, maar niet kwetsend, ironisch, maar niet cynisch. Zo is hij altijd gebleven. Hij kan je voeren en prikken tot je op een gegeven moment haast ontploft, maar het is altijd speels en goedaardig. Ik hoop dat we nog lang bevriend zullen blijven.

Herman Bavinck



Erratalijst bij het artikel van O.J. Boxma in "Jan en Alleman" (pp. 13-19)  
 Bij een redactionele bewerking van de door de auteur geleverde file zijn helaas alle genummerde formules verminkt. Hieronder staan de correcte formules.

$$EV = \frac{\lambda_1 w^2}{1 - \lambda_1 w} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} w + z \quad (1)$$

$$+ q \frac{\kappa}{1 - \lambda q \kappa} + (1 - q) \frac{\kappa}{1 - \lambda(1 - q)\kappa} = 4.2571428\dots$$

$$EV_1 = \frac{w}{1 - \lambda_1 w} + z + \frac{\kappa}{1 - (\lambda_1 + \alpha \lambda_2)\kappa}, \quad (2)$$

$$EV_2 = z + \alpha \frac{\kappa}{1 - (\lambda_1 + \alpha \lambda_2)\kappa} + (1 - \alpha) \frac{\kappa}{1 - (1 - \alpha)\lambda_2 \kappa}. \quad (3)$$

$$EV^{(II)} = \frac{\lambda_1 w^2}{2(1 - \frac{1}{2}\lambda_1 w)} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} w + z + \frac{\kappa}{1 - \frac{1}{2}\lambda \kappa} = 1.5666\dots \quad (4)$$

De formule in de tekst, drie regels onder formule (3), moet luiden:

$$EV^{(I)} = EV_1 \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2) + EV_2 \lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2) = 1.9375.$$



## Zij mogen uiteraard daarbij de besliskunde niet verwaarlozen ...

### Kansberekeningen en kanttekeningen bij een kantine

O.J. Boxma

*CWI, Afdeling Besliskunde, Statistiek en Systeemtheorie  
Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam*

#### 1. Inleiding

Tot de belangrijkste activiteiten van de Directeur Beheerszaken van het CWI behoren het laten verzamelen en bewerken van statistische gegevens, het mede op grond van deze gegevens beslissingen nemen, en het voortdurend bijsturen op basis van waarnemingen aan het "systeem". De naam van de afdeling *Besliskunde, Statistiek en Systeemtheorie* (BS) zou daarom bij argeloze buitenstaanders de indruk kunnen wekken dat deze afdeling de afgelopen jaren het eerste adviesorgaan van dhr. Nuis is geweest. Toch is BS niet één van de ondersteunende diensten van het CWI. Het is een wetenschappelijke afdeling, die als haar hoofdtaak ziet het verrichten van fundamenteel wetenschappelijk onderzoek, en als haar belangrijkste neventaken het overdragen van kennis en het bijdragen aan de rol van het CWI als een internationaal centrum voor wiskunde en informatica. Wel vertonen al deze taken raakvlakken met consultatie. Wiskundige consultatie is een activiteit met een rijke traditie op het CWI, niet in het minst in de twee afdelingen welke in 1988 werden verenigd in de huidige afdeling BS: *Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie* (MB) en *Mathematische Statistiek* (MS). Tientallen malen werden MS, MB en BS geraadpleegd door grote en kleine overheidsinstellingen en industrieën. Een kleine bloemlezing van bedrijfscont(r)acten uit de afgelopen vijf jaren: verwerking van aangiften voor de vennootschapsbelasting (Ministerie van Financiën); ontwikkeling en implementatie van algoritmen voor de routing van voertuigen (Van Gend en Loos); toewijzing van vliegtuigen aan opstelplaatsen (Schiphol); wachtrijproblemen bij opslag en transport van containers (ECT); prestatie-analyse van een computernetwerk (Volmac Networks); de regeling van overbelasting van telefooncentrales (PTT); tijdreeksanalyse in verband met maximalisering van de kijkdichtheid van tv-netten (NOS); analyse van extreme waarden van waterstanden in verband met de hoogte van dijken (Rijkswaterstaat).

Het zou onjuist zijn te verwachten dat het CWI zelf ook om de haverklap een beroep doet op dit gigantische reservoir aan kennis en inzicht. Ten eerste hebben niet al te veel bezigheden op het CWI een omvang die een diepgaande wiskundige analyse ervan rechtvaardigt: het zou bijvoorbeeld lichtelijk overdreven zijn het succesvolle interactieve routeringsprogramma CAR te gebruiken voor het bepalen van de optimale route bij het rondbrengen van de post in het



CWI. Ten tweede heeft interne consultatie al snel een zweem van belangenverstrengeling. Voor zover te achterhalen valt deed het CWI één keer een beroep op de afdeling MB. Het betrof hier de meest delicate aller beslissingsproblemen in een instituut: de kamerindeling. In de eerste helft van de jaren tachtig werd een grondige herziening van de CWI-kamerindeling noodzakelijk geacht. Aangezien MB beschikte over enige lieden met ruime theoretische kennis én praktische ervaring in toewijzings- en roosterproblemen e.d., kreeg zij de - onbetaalde - opdracht. Gevraagd werd een kamerindeling te maken die zoveel mogelijk rekening hield met alle randvoorwaarden (rokers gescheiden van niet-rokers door meer dan een rookgordijn; aan computerspelletjes verslaafden op maximale afstand van een beeldscherm, enz.). De gepresenteerde oplossing voldeed volledig aan de randvoorwaarden - tot volledige ontevredenheid van alle betrokkenen, die ijlings nieuwe randvoorwaarden bedachten. Uiteindelijk werd besloten een minder wetenschappelijke aanpak te volgen, waarbij de hulp van MB zeer goed gemist kon worden.

Het geringe succes van deze interne consultatie valt wellicht te verklaren uit een te grote belangenverstrengeling. Toch zijn natuurlijk - minder gevoelige - onderwerpen voorhanden, waarover BS haar licht zou kunnen laten schijnen. De rest van deze verhandeling is gewijd aan een onderwerp waar de belangen van het gros der CWI-ers parallel lopen: de WCW-kantine.

## 2. Wachtrij-analyse van de WCW-kantine

De kantine is op het moment van schrijven zodanig opgezet dat de hongerige WCW-ers tijdens lunchtijd in één grote wachtrij de kantine binnenschuifelen, waarbij zij achtereenvolgens een dienblad, bord, brood, beleg, snacks, een warme maaltijd, melk, fruit, slaatje en sauzen kunnen bemachtigen (en passant koffie of frisdranken pakkend van er tegenover geplaatste tafels). Op natuurlijke wijze leidt deze veroveringstocht tot kassa 1 en het bestek. Weliswaar is kassa 2 ook meestal open, maar dat zie je pas op het laatste moment. Dikwijls probeert een werkeloze kassière achter kassa 2 zelfs vruchteloos de aandacht te trekken van voor kassa 1 wachtende verstrooide wiskundigen, die in gedachten bezig zijn met zulke boeiende problemen als het in factoren ontbinden van de afscheiddatum van Dhr. Nuis (22111991) - of met de vraag hoe wachtrijtheorie zou kunnen worden gebruikt bij het terugdringen van de wachttijden in de kantine. Deze wachttijden zijn dikwijls aanzienlijk, zodat sommige WCW-ers de buik vol hebben van het met een lege maag in de rij staan.

Een voor de hand liggende overweging is, te differentiëren tussen verschillende typen klanten, zoals tussen degenen die een warme maaltijd wensen en degenen die bijvoorbeeld slechts wat melk begeren (en in de huidige opzet gedwongen zijn de hele route mee te hobbelen, of asociaal te lijken door de rij te passeren, melk te pakken en naar de vrije kassa 2 te stappen). Het zou in het kantinebestek te ver voeren een volledige theorie op te dissen; om de eetlust van de lezer op te wekken volgt hieronder een simpele wachtrij-analyse van de huidige situatie en van twee alternatieve mogelijkheden. Allereerst enige veronderstellingen betreffende aankomstproces, bedieningsproces en klantenroutering.

(i) *Aankomstproces:*

Kantineklanten worden verdeeld in twee typen. Type-1 = warme-maaltijdeter; type-2 = de rest. Beide typen arriveren volgens onafhankelijke Poissonprocessen, met intensiteiten  $\lambda_1 = 1$  klant per minuut en  $\lambda_2 = 3$  klanten per minuut. De totale aankomstintensiteit is  $\lambda = 4$  klanten per minuut.

(ii) *Bedieningsproces:*

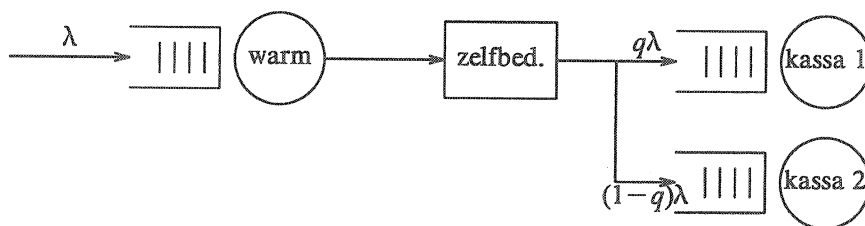
(a) Er is één bediende voor de warme maaltijden. Bedieningstijden voor warme maaltijden zijn onafhankelijke, negatief exponentieel verdeelde stochastische variabelen met gemiddelde  $w = 0.8$  minuut. Merk op dat alle klanten dit "bedieningscentrum" passeren, waarbij slechts één op de vier ook echt een bediening vraagt.

(b) Er is zelfbediening voor brood, beleg, melk etc. In wachtrijtermen kan het verwerven van deze delicatessen worden gezien als het passeren van een bedieningscentrum met oneindig veel bedienden en constante bedieningstijd. De bedieningstijd is  $z = 0.5$  minuut. De onderstaande analyse zou overigens niet worden aangetast indien  $z$  als stochastische variabele zou worden beschouwd met gemiddelde 0.5.

(c) Er zijn twee kassières. Bij beide kassa's zijn de bedieningstijden onafhankelijke, negatief exponentieel verdeelde stochastische variabelen met gemiddelde  $\kappa = 0.2$  minuut.

(iii) *Klantenrouting:*

Voor het gemak wordt ervan uitgegaan dat alle zelfbedieningsartikelen na de warme maaltijden zijn gesitueerd; voor de berekeningen maakt deze afwijking van de werkelijkheid niets uit. Klanten die geen warme maaltijd wensen dringen niet voor, doch blijven watertandend en tandenknarsend in de rij wachten. Wanneer klanten eenmaal voorbij de laatste zelfbediening zijn doorgedrongen, kiezen ze kassa 1 met kans  $q = 5/8$  en kassa 2 met kans  $1 - q = 3/8$ . Een schematische weergave van het resulterende netwerk van bedieningscentra staat in figuur 1.



Figuur 1: De huidige situatie

*Kopstukken 1*

Alvorens over te gaan tot de analyse van het wachtrijmodel doen we eerst een schuchtere poging iets lezenswaardigs te melden over de Franse wiskundige Siméon Poisson (1781-1840), die zijn naam leende aan het eerder genoemde belangrijkste proces in de wachtrijtheorie: het Poissonproces. Dit als blijk van waardering voor de buitengewoon interessante serie geschiedkundige "Kopstukken" van Dhr. Nuis in het *Mededelingenblad Personeel CWI*.

Poisson hoorde met o.a. Fourier en Cauchy tot de leidende wiskundigen wier namen met de eerste decennia van de in 1794 opgerichte Ecole Polytechnique zijn verbonden. Deze oprichting kwam voort uit een sterke behoefte aan een gecentraliseerde militaire ingenieursopleiding in de woelige jaren rond de Franse Revolutie [5]. Aan de Ecole Polytechnique werd niet alleen het onderwijs maar ook het wetenschappelijk onderzoek krachtig ondersteund. Enige van de beste leerboeken uit de eerste periode van de 19de eeuw zijn uit het onderwijs aan de Ecole Polytechnique voortgekomen, zoals *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* van Lacroix, *Géométrie descriptive* van de eerste directeur Monge, *Théorie analytique de la chaleur* van Fourier en *Traité de mécanique* van Poisson. Deze laatste twee titels illustreren de grote belangstelling van Fourier en Poisson voor de toepassing van de wiskunde op natuur- en werktuigbouwkunde.

Poisson's naam leeft o.a. voort in de constante van Poisson in de elasticiteitsleer, de vergelijking van Poisson in de potentiaaltheorie, de sommatieformule van Poisson en de Poisson kansverdeling, geïntroduceerd in zijn boek *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités* (1837). De eerste bladzijde van dit boek bevat ook de beroemde zin "Een vraag over kansspelen, door een man van de wereld aan een ernstige Jansenist gesteld, is het begin geweest van de waarschijnlijkheidsrekening". Deze verwijzing naar de vraag die Chevalier de Méré stelde aan Pascal over het probleem hoe je de pot verdeelt als een spel tussen twee spelers voortijdig wordt afgebroken gaat weliswaar voorbij aan minstens zo belangrijke economische impulsen (o.a. samenhangend met verzekeringsproblemen); zij bevat echter in zoverre een kern van waarheid, dat de erop volgende briefwisseling tussen Fermat en Pascal een nieuwe 'standard of excellence' zette voor kansberekeningen [3].

*Wachtrij-analyse van de huidige situatie*

In het geval dat alle klanten in bedieningscentrum "warm" een exponentieel verdeelde bedieningstijd hebben, is het vertrekproces uit "warm" een Poissonproces en is het totale wachtrijnetwerk een zg. Jackson netwerk [1], waarvoor een exacte analyse mogelijk is. Het feit dat slechts een kwart van de klanten een warme maaltijd kiest bederft een dergelijke exacte analyse. We

kunnen nog slechts "warm" exact analyseren; "warm" gedraagt zich als een  $M/G/1$  wachtrij met als bedieningstijden stochastische variabelen welke een gewogen som zijn van een negatief exponentieel verdeelde grootheid met gemiddelde 0.8, en een grootheid die identiek nul is. Het is voor ons doel een voldoende goede benadering, te veronderstellen dat het vertrekproces uit "warm" toch een Poissonproces is. Dan is "zelfbediening" te beschouwen als een zg.  $M/G/\infty$  systeem, dat ook weer een Poissonproces als vertrekproces heeft - waardoor op hun beurt de twee kassa's als zg.  $M/G/1$  wachtrijen zijn te beschouwen. De theorie betreffende de  $M/G/1$  wachtrij [2, p. 256] geeft nu de gemiddelde verblijftijd,  $EV$ , in minuten van een willekeurige klant in het netwerk van bedieningscentra (de tijd van aankomst in de kantine tot en met het passeren van de kassa's):

$$EV = \frac{\lambda_1 w^2}{1 - \lambda_1 w} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} w 4.2571428... \quad (1)$$

De consultatie-ervaring leert dat de klant veel belang hecht aan een voldoende aantal decimalen; het zij hier voldoende op te merken dat het patroon van de laatste zes cijfers van dit getal  $4\ 9/35$  zich buitengewoon hardnekkig lijkt te herhalen. Merk op dat "warm" de flessehals van de kantine vormt, met een gemiddelde verblijftijd van 3.4 minuut (de som van de eerste twee termen). Merk ook op dat de gemiddelde verblijftijd van type-1 klanten en van type-2 klanten respectievelijk gelijk is aan  $4.8571428...$  en  $4.0571428...$ ; het verschil, ruwweg afgerond op 0.8, is de gemiddelde bedieningstijd van warme-maaltijdeters.

De formule van Little [4] leert dat het gemiddeld aantal klanten  $EL$  in het netwerk gegeven wordt door  $EL = \lambda EV$ . Derhalve is  $EL = 17.0285714...$ ; de laatste zes cijfers zijn niet toevalligerwijs een cyclische permutatie van de laatste zes vermelde cijfers van de gemiddelde verblijftijd.

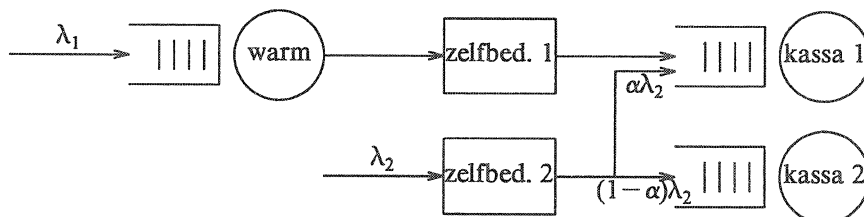
#### *Kopstukken 2*

John D.C. Little bewees in 1961 [4] dat onder zeer algemene voorwaarden het verband  $EL = \lambda EV$  bestaat tussen gemiddeld aantal klanten en gemiddelde verblijftijd in een bedieningssysteem met aankomstintensiteit  $\lambda$  van de klanten. Zijn publikatie is wellicht het meest geciteerde artikel uit de wachtrijliteratuur. Het voldoet dan ook aan de drie belangrijkste criteria voor een veelvuldige citatie: het resultaat is intuïtief aansprekend maar net niet helemaal triviaal; het gegeven bewijs is niet waterdicht; de gegeven voorwaarden kunnen op diverse interessante manieren worden gegeneraliseerd.

#### *Wachtrij-analyse van alternatief I*

Laten we veronderstellen dat de lay-out van de kantine zodanig kan worden veranderd, dat er aparte rijen zijn voor de type-1 en de type-2 klanten, waarbij beide rijen toegang hebben tot één eigen zelfbedieningsbuffet. Veronderstel dat beide typen nog steeds  $z = 0.5$  minuut nodig hebben voor de zelfbediening.

Veronderstel verder dat alle type-1 klanten naar kassa 1 gaan, en dat een fractie  $\alpha$  van de type-2 klanten ook kassa 1 kiest. Zie figuur 2.



Figuur 2: Alternatief I

De gemiddelde verblijftijd  $EV_i$  van type- $i$  klanten,  $i=1,2$ , wordt nu gegeven door:

$$EV_1 = \frac{w}{1-\lambda_1 w} \frac{\kappa}{1-(\lambda_1 + \alpha\lambda_2)\kappa}, \quad (2)$$

$$EV_2 = z + \alpha \frac{\kappa}{1-(\lambda_1 + \alpha\lambda_2)\kappa} (1-\alpha) \frac{\kappa}{1-(1-\alpha)\lambda_2\kappa}. \quad (3)$$

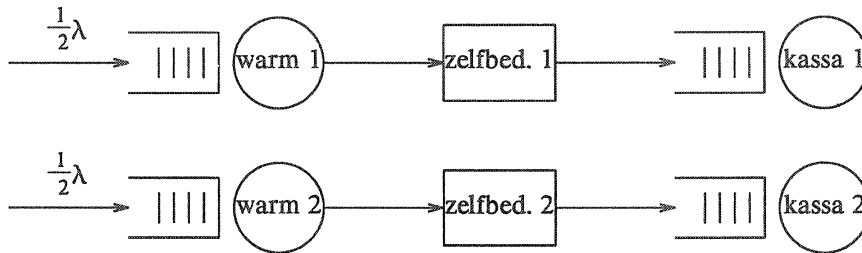
In het eenvoudige geval dat  $\alpha=0$  is  $EV_1=4.75$ ,  $EV_2=1.0$ , en de totale gemiddelde verblijftijd van een willekeurige klant bedraagt  $EV^{(T)} = EV_1 \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2) + EV_2 \lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2) = 1.9375$ . Vergeleken met de huidige situatie krijgen de warme-maaltijd klanten slechts een iets kortere verblijftijd, maar de andere klanten gaan er zoveel op vooruit dat een willekeurige klant gemiddeld bijna  $2\frac{1}{2}$  minuut korter in het systeem hoeft door te brengen.  $EV^{(T)}$  wordt geminimaliseerd door de keuze  $\alpha = (\lambda_2 - \lambda_1) / 2\lambda_2 = 1/3$ . Nu is  $EV_1 = 4.8333\dots$ ,  $EV_2 = 0.8333\dots$  en  $EV^{(T)} = 1.8333\dots$  (110 seconden).

#### Wachtrij-analyse van alternatief II

Laten we veronderstellen dat de lay-out van de kantine kan worden gewijzigd tot een volledig symmetrische opstelling met twee lijnen. In elk der lijnen is derhalve precies hetzelfde voedselaanbod, inclusief warme maaltijd. We nemen aan dat elk der klanten met kans 0.5 één der rijen kiest (het kiezen van de kortste rij leidt tot een kleine verkorting van de wachttijden die voor ons niet opweegt tegen de nadelen van een veel complexere analyse). Zie figuur 3. De gemiddelde verblijftijd  $EV^{(II)}$  van een willekeurige klant wordt nu, analoog aan formule (1), gegeven door

$$EV^{(II)} = \frac{\lambda_1 w^2}{2(1 - \frac{1}{2}\lambda_1 w)} \quad (4)$$

Alternatief II leidt tot een 16 seconden kortere gemiddelde verblijftijd ten opzichte van alternatief I, maar vergt wel een beduidend grotere investering.



Figuur 3: Alternatief II

In het voorgaande is een eenvoudige analyse gegeven van het wachtrij- en bedieningsproces in de WCW-kantine. De gekozen parameterwaarden ontspruiten aan de verbeelding van de auteur, die ervan af heeft gezien de statistici van zijn afdeling hierbij te consulteren, en die eveneens verzuimd heeft de systeemtheoretici te vragen naar mogelijkheden betreffende een dynamische regeling. De opgediste analyse dient naar ieders smaak te worden voorzien van de nodige korrels zout. De voortreffelijke kwaliteit van het gebodene in de kantine is in dit verhaal onderbelicht gebleven, maar hier geldt net als voor Jan Nuis: goede wijn behoeft geen krans!

#### REFERENTIES

1. F. BASKETT, K.M. CHANDY, R.R. MUNTZ, F. PALACIOS (1975). *Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers*, J. ACM 22, 248-260.
2. J.W. COHEN (1982). *The Single Server Queue* (North-Holland, Amsterdam).
3. I. HACKING (1975). *The Emergence of Probability* (Cambridge University Press, Cambridge).
4. J.D.C. LITTLE (1961). *A proof for the queuing formula:  $L=\lambda W$* , Operations Research 9, 383-387.
5. D.J. STRUIK (1990). *Geschiedenis van de Wiskunde* (Het Spectrum, Utrecht; herziene en uitgebreide druk).



Rekenopgaven werden voorberekt en opgesplitst in mechanisch uitvoerbare handelingen. Dit "uittrekken van berekeningen" kan beschouwd worden als voorloper van het programmeren. Op het MC was dit het werk o.a. Jan Berghuis, "Jan BH", rechts op de foto.

Links het rekenwonder Wim Klein. Op het bureau staat een puur mechanische FACIT rekenmachine ( $\pm$  1951).

## On The Management Style of Jan Nuis

Dick Bulterman

*Head, Computer Systems and Telematics*

I think that, if asked, most people would use terms like “conservative,” “cautious,” or “calculated” to characterize aspects of Jan Nuis and his management style at CWI. These impressions would, no doubt, be based on Jan’s reputation for zealously guarding both the balance sheets and bank accounts of the Stichting Mathematisch Centrum and CWI from internal and external attack. Although I had initially assumed that this reputation was an inherent consequence of being the managing director of a research center of some 200 individuals — half of whom were convinced that *they* could do the job better, and the other half of whom were convinced that they wouldn’t do the job any worse — I must admit that, during my first year in Holland, the fiscal sobriety of Jan Nuis required more than a little adjustment on my part. (While specific examples escape me, I do remember the profound impact that the use of the word “mier” as an adverb had on my evolving knowledge of Dutch.)

To put my experiences in context, I should mention that one part of my jobs at CWI is to spend the money that Jan Nuis tries to keep within the safe confines of our Amro Bank account. In allocating our funds, I have always subscribed to the general principal that “the larger the order, the more interesting the deal;” that is, it is in everyone’s benefit (but primarily ours) if we place one large order instead of 10 small ones. As a result, early in my tenure, I began to submit acquisition proposals of (seemingly) alarming size. The first of these was for a new networking infrastructure for CWI, designed under the motto: “If one Ethernet is good, then three Ethernets should be great!”; next came two parallel computers, one an Alliant — which he always pronounced Alien-t, as if it came from another planet — and the other an Encore (which, although quite terrestrial, did arrive from Massachusetts via Paris and Brussels); finally, rounding out the outerspace metaphor, came 18 new workstations from Sun. (And this all in the first 10 months of 1988; in subsequent years, we revamped our central and workstation facilities in an on-going process of large scale investments.)

During this time, I and others argued, pleaded, cajoled, and contrived with vendors and manufacturers to allow our relatively modest budgets to be stretched as far as possible. This was, however, the easy part. After reaching agreement on a purchase contract, I then had to obtain internal approval from Jan to place the order in question. The first million guilders (for the network) came deceptively easily. Every penny thereafter was a struggle — even in a country where pennies haven’t been used for nearly a decade! Of course, the internal debates we had did have their positive aspects. In 1988 and 1989, for example, all equipment purchases over f 250.000 had to be submitted for external review by a panel called the CRIVA. Compared to



the discussions held in Jan Nuis's office, these CRIVA sessions were more a social event than an inquisition.

The acquisition discussions typically took the following form: I would present a proposal that outlined the type of equipment being considered and the minimum number of units we needed to buy. I would then explain that, by placing the order immediately (that is, later that hour), we could either increase the number of units or expand the configuration of each unit bought, all at an exceptional discount. I would then quickly mention that the total order was slightly more expensive than our resources at first glance would allow, but that the net effect of the purchase discount and the value of the equipment were worth the extra money. Jan would sit quietly, and then say: "If my wife came home and said we could buy a second house because it was offered at a 50% discount, I clearly wouldn't do it." Silence. After a few tense moments while all of us in the room reflected on this wisdom, I would try another approach: by buying new equipment, we could take old equipment out of service. This would improve the quality of facilities available to our researchers *and* it would reduce the net amount we had to pay for system maintenance costs. The hint of a net cost reduction provided a glimmer of hope in our discussion: after calling various internal fiscal experts for verification, we then got down to the business of signing order forms and sending FAXes.

The result of our give-and-take discussions on Jan was apparently a feeling of affinity with the new equipment that bordered on the parental. This became clear in 1990 when I decided to donate some surplus computers to two Eastern countries that had recently been taken off the "dangerous potential enemy nations" list by the US Government. In spite of a champagne send-off (and some nice press coverage), the reaction I got from Jan was less than enthusiastic. Perhaps it was the fact that one of the machines was the famous old *mcvax*. Perhaps it was a special attachment to the color blue then used by Digital on its computer cabinets. Perhaps it was the fact that Jan found out about the donation from Het Parool. Whatever the reason, I discovered that disposing of equipment was even more painful than buying it.

But, I digress. Let us return to the initial question about impressions of the management style of Jan Nuis. In the light of my many dealings during the nearly four years of my intended 18 month stay at CWI, I can summarize my impressions in a single word: *moxie*. Moxie because in nearly all of the discussions we had, we talked about buying advanced equipment that nearly no one in Europe had ever heard of, let alone ordered. Moxie because, in spite of the problems we encountered by being the first worldwide customer to receive Sun's now-successful Sparcstations and the first Dutch customer to buy an Encore multiprocessor, Jan never wavered in his belief that technical aspects of purchases should be left to technical experts. Moxie because, even though our vendor negotiations were conducted at remote locations

(such as Mountain View, California and Tokyo, Japan) or under strange circumstances (such as reaching purchase agreement when the only demonstration model of the product available in Europe was hidden under a bedsheet in a hotel room), Jan always agreed that our investment in research facilities was worth a visit to product developers instead of just a discussion with product salesmen. And moxie, because he was able to make final acquisition decision in a very short time where others would have been much more cautious and conservative.

My lasting impression, then, of Jan Nuis is that of a principled individual who, through his trust and moxie, has served as the means by which the research infrastructure that we have built over the years became a reality. While I doubt that he will have a bright future in the real estate world, I appreciate the impact he has had on our environment here. One can only hope that his successors will share his vision.

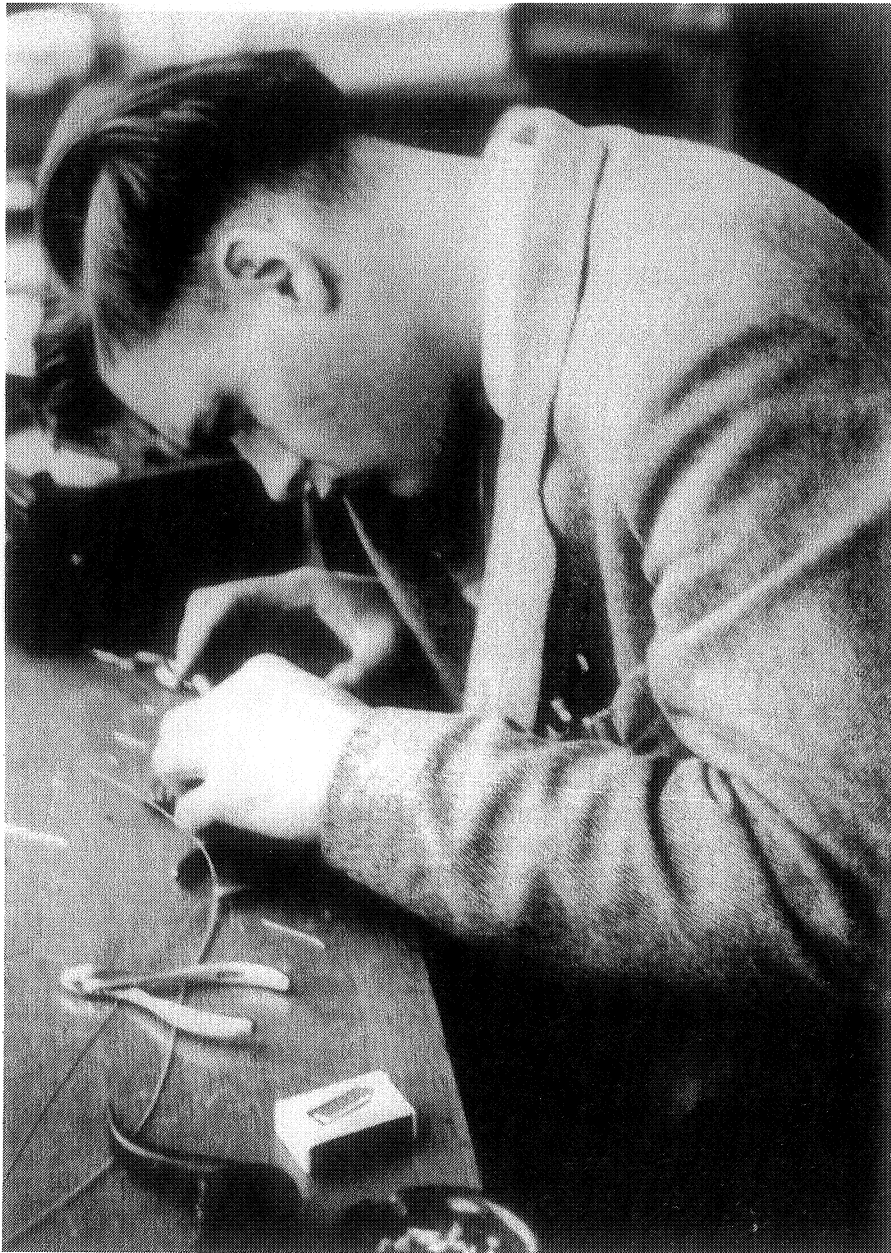


Het centrale brein Aad van Wijngaarden, chef van de Rekenafdeling van het MC (± 1951).



Wij zullen het niet vergeten  
Nuis houdt van lekker eten  
Dit is te herkennen aan de uitdrukking: "ei, ei"  
Na een gesprek hoorde dat er altijd bij  
Van postuur is hij nogal klein  
Maar groot was zijn kennis van een goede wijn  
Op deze foto's is het te herkennen  
hij liet zich vaak door ons verwennen  
In onze oren klinken nog de vriendelijke klanken  
als hij na afloop ons kwam bedanken  
Na deze periode van werken heeft hij het nog druk  
Wij wensen hem nog veel geluk

Namens het kantinepersoneel  
Th. van Campenhout



Carel Scholten (1951).

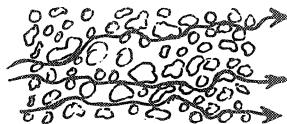
## ASYMPTOTISCHE METHODEN VOOR DE BEPALING VAN DE MATE VAN GRONDWATERVERONTREINIGING

Johan Grasman  
Vakgroep Wiskunde  
Landbouwniversiteit  
Wageningen

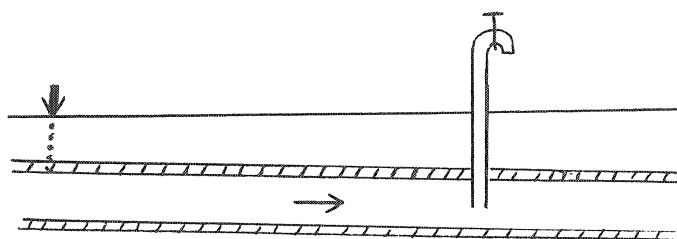
### 1. Inleiding

In deze bijdrage wordt de dispersieve stroming van grondwater berekend met behulp van asymptotische methoden. Het grondwater is opgesloten in een laag, de zogeheten aquifer. De dikte van deze laag is klein t.a.v. de horizontale schaal. Er kan daarom volstaan worden met een 2D-stromingsmodel voor dit probleem.

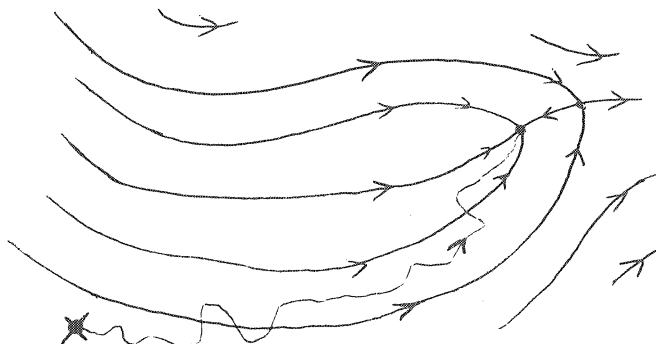
In het verleden werd met behulp van de potentiaalvergelijking het gemiddelde stromingspatroon bepaald. Dit resultaat bevat echter geen informatie over de verplaatsing van individuele waterdeeltjes en opgeloste stoffen. Door in de modelvergelijking dispersie op te nemen is het mogelijk rekening te houden met de willekeurige verspreiding van deeltjes. De korrelstructuur van de bodem is de belangrijkste bron voor dispersie, zie fig. 1. Deze zogeheten macroscopische dispersie is evenredig met de grootte van de stroomsnelheid. De dispersieconstante hangt af van de richting: loodrecht op de stroming is de waarde kleiner dan in het verlengde, zie Bear en Verruyt (1987).



*Fig. 1 De korrelstructuur van de bodem en macroscopische dispersie.*



(a) schets van de situatie



(b) het 2-D stromingspatroon

Fig. 2 *Stroming van grondwater naar een put met bovenstrooms een bron van vervuiling*

In fig. 2 schetsen we het typische voorbeeld van (drink)water onttrekking van een aquifer. We nemen in beschouwing dat het water vervuild wordt op een plek ergens stroomopwaarts. Een verfijnde berekening van de dispersieve stroming is noodzakelijk als deze plek juist buiten het aantrekkingsgebied van de put gelegen is. Door middel van dispersie kan een klein, maar misschien schadelijk, deel van de vervuilende substantie opgepompt worden.

Met Monte Carlo methoden kan de dispersieve stroming nagebootst worden, zie Uffink (1990). Een numeriek schema gebaseerd op de stochastische differentiaalvergelijking, die gerelateerd is aan de advection-dispersie vergelijking, kan eenvoudig geformuleerd worden.

Echter een groot aantal simulaties is nodig voor de bepaling van de mate van vervuiling vanaf iedere mogelijke bron van vervuiling. De asymptotische methode die we voorstellen gaat uit van de advectie-dispersie vergelijking die gezien kan worden als de Fokker-Planck vergelijking behorende bij het probleem van de willekeurige verplaatsing van een deeltje in een stroom.

## 2. De Fokker-Planck vergelijking

De kansdichtheidsfunctie om een deeltje op positie  $(x, y)$  op tijdstip  $t$  aan te treffen is gegeven door  $p(x, y, t)$ . Voor een snelheidsveld  $v = (v_x(x, y), v_y(x, y))$  voldoet deze functie aan

$$\frac{\partial p}{\partial t} = Mp \tag{1}$$

met

$$M = \frac{\partial}{\partial x}(v_x \cdot) - \frac{\partial}{\partial y}(v_y \cdot) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xx} \frac{\partial \cdot}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xy} \frac{\partial \cdot}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yx} \frac{\partial \cdot}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yy} \frac{\partial \cdot}{\partial y} \right),$$

waarin

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix}$$

de dispersiematrix voorstelt. De coëfficiënten worden gegeven door

$$D_{xx} = a_T |v| + (a_L - a_T) v_x^2 |v|^{-1},$$

$$D_{xy} = (a_L - a_T) v_x v_y |v|^{-1},$$

$$D_{yy} = a_T |v| + (a_L - a_T) v_y^2 |v|^{-1}$$

met  $a_T$  en  $a_L$  resp. de transversale en longitudinale dispersiecoëfficiënt.



In de theorie van stochastische processen wordt  $M$  de voorwaartse operator genoemd, zie Gardiner (1983). De formeel geadjungeerde van  $M$  is de achterwaartse operator

$$M^* = L = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xx} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{xy} \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yx} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{yy} \frac{\partial}{\partial y} \right).$$

Deze achterwaartse operator is van belang in uittreeproblemen. Stel een deeltje start op  $t = 0$  in een punt  $(x, y) \in \Omega$  met  $\Omega$  een begrensde gebied en stel dat de rand  $\partial\Omega$  uit twee delen bestaat  $\partial\Omega_0$  en  $\partial\Omega_1$ . De waarschijnlijkheid  $q(x, y)$  van het uittreden uit  $\Omega$  via  $\partial\Omega_1$  volgt dan uit het Dirichlet probleem

$$Lq = 0 \text{ in } \Omega, \quad q = 1 \text{ op } \partial\Omega_1, \quad q = 0 \text{ op } \partial\Omega_0. \quad (2)$$

Het is eveneens mogelijk de verwachte aankomsttijd te berekenen, zie Van Herwaarden en Grasman (1991).

### 3. Uittreding uit een stroomgebied

In deze paragraaf onderzoeken we het probleem van het passeren van een scheidende stroomlijn door een deeltje. Stroomlijnen met verschillende bestemmingen worden gescheiden door een stroomlijn die in een stagnatiepunt eindigt, zie fig. 3. We beschouwen een willekeurig stromingspatroon in de omgeving van zo'n stroomlijn gegeven door de snelheidsvector  $(v(\rho, n), w(\rho, n))$  met  $\rho > 0$  de coördinaat langs de stroomlijn en  $n$  loodrecht erop. Het stagnatiepunt is in  $(\rho, n) = (0, 0)$ . We bepalen de kans  $q(\rho, n)$  dat een deeltje dat start in  $\Omega = \{(\rho, n) \mid \rho, n > 0\}$  de scheidende stroomlijn  $\partial\Omega_1$  zal bereiken, zie fig. 3. Daartoe introduceren we de lokale coördinaat  $\eta = n/\sqrt{a_T}$ . Als we overgaan van de  $x, y$ -coördinaten op de  $\rho, \eta$ -coördinaten en we laten vervolgens  $a_T$  en  $a_L$  naar nul gaan, dan krijgen we als asymptotische benadering

$$v(\rho, 0) \frac{\partial q}{\partial \rho} + w_n(\rho, 0) \eta \frac{\partial q}{\partial \eta} - v(\rho, 0) \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} = 0,$$

$$q(\rho, 0) = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} q(\rho, \eta) = 0.$$

De oplossing is van de vorm

$$q(\rho, \eta) = \operatorname{erfc}(\eta s(\rho)) \quad (3a)$$

met

$$s(\rho) = \left\{ 2 \int_0^\rho \frac{w_n(\bar{\rho}, 0)^2}{v(\bar{\rho}, 0)^2} d\bar{\rho} \right\}^{-\frac{1}{2}}. \quad (3b)$$

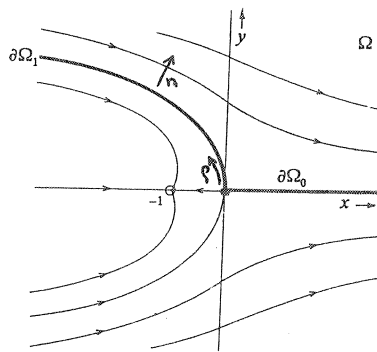


Fig. 3 Kans  $q(\rho, n)$  dat een deeltje de scheidende stroomlijn  $\partial\Omega_1$  bereikt. De kans om opgepompt te worden is bij benadering  $\frac{1}{2}q(\rho, n)$ .

Als bijzonder geval, dat geheel analytisch kan worden opgelost, beschouwen we het probleem van een put in een uniforme achtergrondstroming, zie Van der Hoek (1990). Het stroompatroon wordt gegeven door

$$v_x(x, y) = \frac{x^2 + x + y^2}{(1+x)^2 + y^2}, \quad v_y(x, y) = \frac{-y}{(1+x)^2 + y^2}.$$

De scheidende stroomlijn  $\partial\Omega_1$  (zie fig. 3) voldoet aan

$$x = -1 + \frac{y}{\tan y}.$$

Een punt op  $\partial\Omega_1$  wordt bepaald door z'n  $y$ -waarde. De corresponderende  $\rho$ -waarde volgt uit

$$\rho = \int_0^y \left\{ 1 + \left( \frac{1}{\tan y} - \frac{\bar{y}}{\sin^2 \bar{y}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} d\bar{y}.$$

Dit geeft voor (3b)

$$s(\rho) = \left\{ \frac{2}{Q(y)} \int_0^y Q(\bar{y})R(\bar{y})d\bar{y} \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

met

$$Q(y) = \sin^2 y \left\{ 1 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{\tan y} \right)^2 \right\}, \quad R(y) = \left\{ 1 + \left( \frac{1}{\tan y} - \frac{y}{\sin^2 y} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

#### 4. De Monte Carlo methode

De positie  $(X(t), Y(t))$  van een deeltje, waarvoor de kansdichtheidsfunctie  $p(x, y, t)$  van par. 2 van toepassing is, voldoet aan de stochastische differentiaalvergelijking

$$dX = \left( v_x + \frac{\partial}{\partial x} D_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} D_{xy} \right) dt + \sigma_{xx} dW_L(t) + \sigma_{xy} dW_T(t),$$

$$dY = \left( v_y + \frac{\partial}{\partial x} D_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} D_{yy} \right) dt + \sigma_{yx} dW_L(t) + \sigma_{yy} dW_T(t),$$

met de diffusiematrix  $\sigma$  zodanig dat  $\sigma\sigma^T = 2D$ . De termen  $dW_L(t)$  en  $dW_T(t)$  vertegenwoordigen het stochastische element: het zijn onafhankelijke Wiener incrementen. Van deze vergelijking kan een stochastische differentievergelijking afgeleid worden. In fig. 4 geven we het resultaat voor verschillende startwaarden  $(X(0), Y(0))$  op een lijn loodrecht op de scheidende stroomlijn voor het voorbeeld van par. 3. Voor elke startwaarde is een Monte Carlo simulatie ( $N = 100$ ) uitgevoerd. Hiermee wordt een benadering gevonden voor de fractie van deeltjes die de put bereikt.

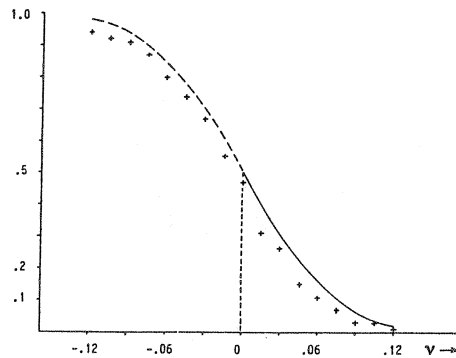


Fig. 4 Kans op het bereiken van de put bij een uniforme achtergrondstroming uit  $N = 100$  simulaties in ieder punt  $(\rho, n)$  met  $\rho = 2,958$  voor een dispersieve stroming met  $a_T = 0,001$  en  $a_L = 0,01$ . Het resultaat is aangegeven met (+). De kromme stelt de asymptotische oplossing voor.

#### Literatuur

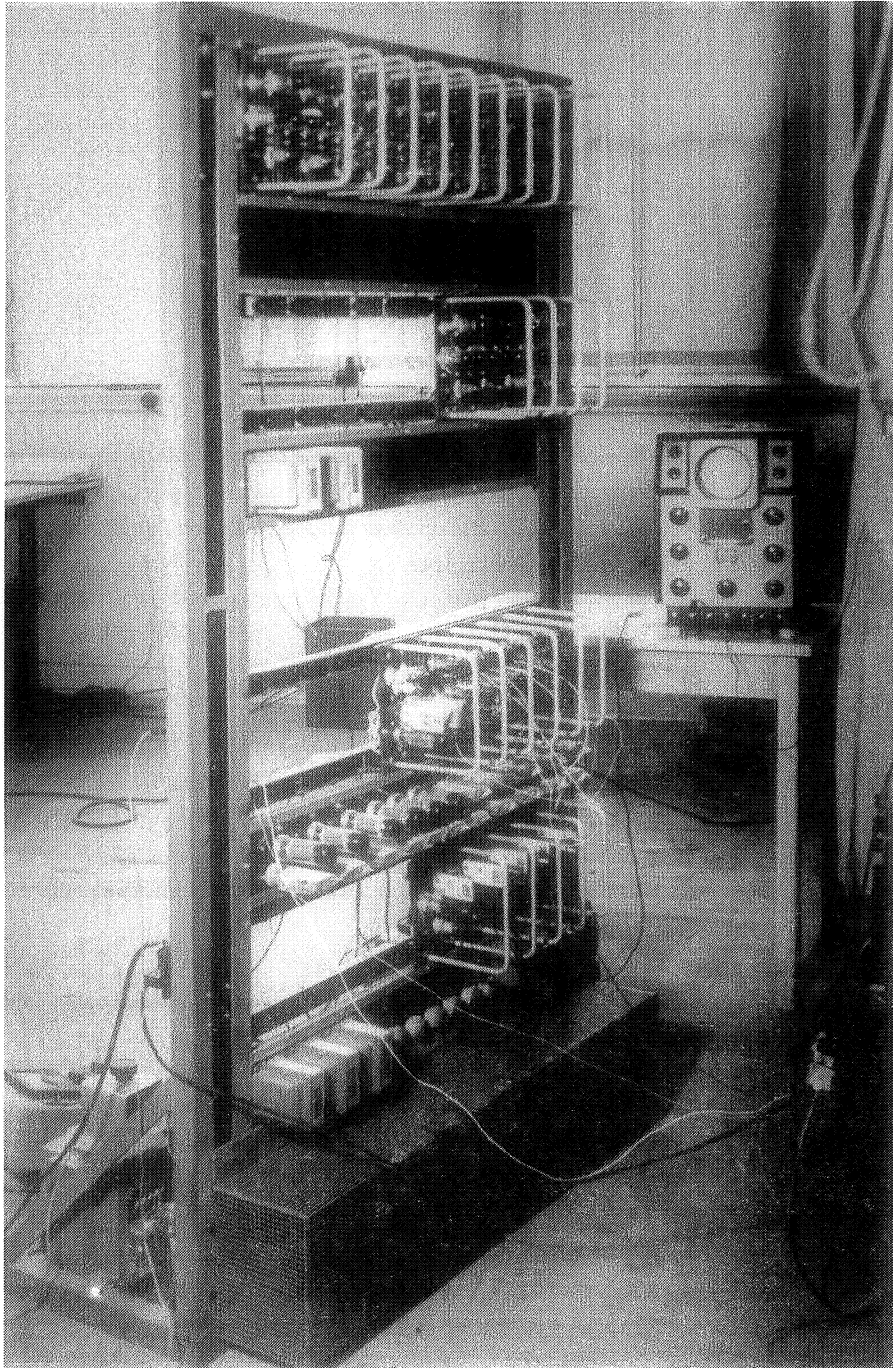
Bear, J., en A. Verruyt (1983), *Modelling Groundwater flow and Pollution*, Reidel, Dordrecht.

Gardiner, C.W. (1983). *Handbook of Stochastic Methods for Physics Chemistry and the Natural Sciences*, Springer-Verlag, Berlin.

Herwaarden, O.A. van, en J. Grasman (1991), *Dispersive groundwater flow and pollution*, *Math. Models and Meth. in Appl. Sci.* **1**, p. 61-81.

Hoek, C.J. van der (1990), *Contamination of a well in a uniform background flow*, Rapport Vakgroep Wiskunde, Landbouwniversiteit Wageningen, TN 90-03.

Uffink, G.J. van (1989), *Application of Kolmogorov's backward equation in random walk simulations of groundwater contaminant transport*, in *Contaminant Transport in Groundwater*, H.E. Kobus en Kinzelbach (red.), Balkema, Amsterdam, p. 283-289.



Het frame voor de voeding van de ARRA I, een op het MC ontwikkelde relais-rekenmachine, wordt opgebouwd en doorgemeten.

## Methodus Auferendi Omnes Terminos Intermedios ex Data Equatione\*

(E.W.Tschirnhaus)

### 0. TEN GELEIDE

Wanneer iemand als Drs. J. Nuis na een lange, eervolle loopbaan op eigen initiatief ontslag aanvraagt en hem dit op de meest eervolle wijze verleend wordt, dan lijkt het ongepast bij deze gelegenheid een artikel te schrijven waarin *e*-eliminatie, letterlijk: “het over de drempel zetten”, centraal staat. Hierbij zou dan licht de suggestie gewekt kunnen worden dat met deze limen, drempel, die van het CWI bedoeld zou kunnen zijn. Zo is dit artikel werkelijk niet bedoeld!

Mijn keuze van het onderwerp voor deze bijdrage in dit Liber Amicorum is hierop gevallen omdat het aansluit bij de historische belangstelling van de heer Nuis en ook omdat er al geruime tijd op mijn bureau een fotocopie ligt van het in de titel vermelde artikel dat Tschirnhaus in 1683 publiceerde in het in 1682 opgerichte wetenschappelijke tijdschrift “Acta Eruditorum”, een van de oudste wetenschappelijke tijdschriften, dat zijn ruime lezerskring vooral daaraan dankte dat het in een voor alle betrokkenen toegankelijke taal gesteld was: het Latijn. Over dit artikel en zijn context zal in de inleiding meer gezegd worden.

Het verzoek om een bijdrage in deze bundel was, zoals gezegd, een goede aanleiding een oud voornemen op te vatten dit artikel van Tschirnhaus te vertalen en van een korte inleiding en enkele aantekeningen te voorzien. De bijdrage die hier voor u ligt is een voorloper van een vertaling met uitgebreide commentaar en inleiding die ik t.z.t. elders hoop te publiceren. Ik hoop nu maar dat deze bescheiden bijdrage bij de scheidende functionaris in de smaak zal vallen.

Gaarne besluit ik dit “ten geleide” met het uitspreken van mijn beste wensen aan het adres van de heer Nuis en aan allen die hem nastaan. Al het goede voor een lange toekomst. Ad multos annos!

### 1. INLEIDING

#### a. De Schrijver.

Ehrenfried Walther Tschirnhaus werd in 1651 geboren in het Duitse Görlitz en overleed in 1708 in Dresden. Na een gymnasiale opleiding in Duitsland liet hij zich in 1668 inschrijven als student wijsbegeerte, wiskunde en medicijnen aan de Leidse Universiteit, waar hij door de lessen van Pieter van Schooten kennis maakte met de wijsbegeerte van Descartes. Via Spinoza kwam hij in contact met de secretaris van de Royal Society Oldenburg, met Wallis en later met

\* Een methode om alle tussentermen uit een gegeven vergelijking te verwijderen

Huygens en Leibniz. Vooral met de laatste correspondeerde hij zeer intensief, hoewel hij niet altijd diens adviezen opvolgde. Later zou hij met Leibniz en Huygens in conflict raken omdat hij enkele ideeën van hen als eigen vondsten publiceerde. Hoewel in hoofdzaak autodidact, en daardoor niet voldoende door anderen gecorrigeerd, gold hij als origineel en inspirerend wiskundige, die niet alleen publiceerde op het gebied van de wiskunde, maar ook op dat van de medicijnen en -als zovelen in zijn tijd- zich ook wijdde aan het slijpen van lenzen en spiegels.

b. Het Artikel.

Aan de orde is het artikel van de hand van Tschirnhaus, verschenen onder de titel: "Methodus Auferendi Omnes Terminos Intermedios ex Data Equatione" in de aflevering van mei 1683 van genoemd tijdschrift.

In het kort gezegd komt dit artikel hierop neer dat Tschirnhaus met behulp van een handig gekozen substitutie in een derde-graadsvergelijking (in  $x$ ) de termen met  $x^2$  en  $x$  elimineert. Er rest dan een binomiaalvergelijking waarvan hij dan de (reële) wortel kan bepalen.

Deze methode laat zich, zoals Tschirnhaus aantoont, gemakkelijk generaliseren tot een willekeurige vergelijking van de graad  $n$  in  $x$ , d.w.z. hij kan daaruit de termen met  $x^{n-1}$  en  $x^{n-2}$  met behulp van een geschikte substitutie verwijderen. Bij een derde-graadsvergelijking verloopt dit proces als volgt:

Uitgaande van de vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r$ , brengt hij deze d.m.v. de substitutie  $x = y + \frac{1}{3}p$  in de gedaante  $y^3 + Ay + B = 0$ . Hieruit wordt met behulp

van de substitutie  $y^2 = by + z + a$  een vergelijking in  $z$  verkregen, waarin -door geschikte keuze van  $a$  en  $b$ - de termen met  $z^2$  en  $z$  ontbreken. Tschirnhaus laat zien welke waarden  $a$  en  $b$  daartoe moeten aannemen. Ook berekent hij de waarden die  $a$  en  $b$  moeten hebben om met een dergelijke substitutie de termen van de graad 3 en 2 in een vierde-graadsvergelijking te verwijderen; dito voor vergelijkingen van de graad 5 en 6. Zijn resultaten laat hij zo maar uit de lucht vallen, maar ze zijn goed. Te optimistisch is hij echter als hij aankondigt dat men zo alle "tussentermen" kan verwijderen. Zo maakt hij de gratuite opmerking dat, indien men in een vierde-graadsvergelijking in  $x$  de drie tussentermen met  $x^3$ ,  $x^2$  en  $x$  wil verwijderen, gesteld moet worden  $x^3 = cx^2 + bx + y + a$  en dat men op analoge wijze moet handelen bij vergelijkingen van willekeurige hoge graad. Deze berekeningen voert hij echter niet uit en later zou Leibniz hem er op wijzen dat deze methode leidt tot onoverkomelijke complicaties in de berekeningen.

Als voorbeeld werkt Tschirnhaus het geval van de derde-graadsvergelijking (waarin volledige reductie wél lukt) geheel uit.

Aan het einde van het artikel laat Tschirnhaus zien hoe men ook met een andere substitutie de derde-graadsvergelijking kan oplossen en wel door in

$$y^3 - py - r = 0$$

te stellen  $yz = z^2 + a$

met  $a = \frac{1}{3}p$ .

In feite is dit de transformatie die Cardano al toepaste, zoals in de bijbehorende aantekening uiteengezet wordt.

Tot slot een algemene opmerking over de Latijnse tekst.

Zoals reeds gezegd, laat Tschirnhaus veel van zijn resultaten uit de lucht vallen. Daarnaast valt een vrij groot aantal zetfouten in de formules op. Kennelijk wisten de zettters hier geen raad mee en ook heeft blijkbaar de auteur geen drukproeven gezien.

De zetfouten in de formules zijn -i.h.a. zonder nadere toelichting- in de vertaling rechtgezet.

[Hier begint de vertaling van de Latijnse tekst, pag. 204]

Een methode om alle tussentermen uit een gegeven vergelijking te verwijderen

door de heer T(schirnhaus)

Uit de "Géométrie" van de heer Descartes [1] is bekend op welke wijze steeds de tweede term uit een gegeven vergelijking verwijderd kan worden. Tot nu toe zag ik niet dat er iets in de Analyse [2] gevonden was m.b.t. het probleem hoe meerdere tussentermen verwijderd kunnen worden: integendeel, ik heb niet weinigen aangetroffen die geloofden dat dit op geen enkele manier te doen is. Daarom besloot ik hier enkele zaken die betrekking hebben op dit probleem openbaar te maken, in feite althans ten behoeve van hen die zeer bedreven zijn in de Analyse, daar het nauwelijks mogelijk is anderen met zo'n korte uiteenzetting tevreden te stellen, het overige dat op dit punt verlangd zou kunnen worden tot een ander ogenblik uitstellend.

In de eerste plaats dan vraag ik de aandacht voor het volgende: laat een of andere kubische vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  gegeven zijn, waarin de letter  $x$  de wortels van deze vergelijking voorstelt;  $p, q, r$  staan voor bekende grootheden. Om nu de tweede term te verwijderen moet men stellen  $x = y + a$ . Met behulp van deze twee vergelijkingen kan dan een derde gevonden worden waarin de grootheid  $x$  ontbreekt en er ontstaat [3]:

$$\begin{aligned} & y^3 + 3ay^2 + 3a^2y + a^3 \\ & - py^2 - 2pay - pa^2 \\ & + qy + qa \\ & - r = 0. \end{aligned}$$

Laat nu de tweede term gelijk aan nul gesteld worden (het is immers onze bedoeling deze te verwijderen); er ontstaat dan  $3ay^2 - py^2 = 0$ . Vandaar  $a = \frac{1}{3}p$ . Dit betekent dat, om de tweede term in een kubische vergelijking te verwijderen, men in plaats van  $x = y + a$  (zoals we zoëven deden) moet stellen  $x = y + \frac{1}{3}p$ . Dit is algemeen bekend en er wordt hier naar verwezen om geen



METHODUS AUFERENDI OMNES TERMINOS INTERMEDIOS EX DATA ÆQUATIONE,  
per D. T.

EX Geometria Dn. Des Cartes notum est, qua ratione semper secundus terminus ex data æquatione possit auferri; quoad plures terminos intermedios auferendos, hæcenus nihil inventum vidi in Arte Analytica: imo non paucos offendi, qui crediderunt, in nulla arte perfici posse. Quapropter hic quædam citra hoc negotium aperire constitui, verum saltem pro iis, qui Artis Analyticæ apprime gnari, cum aliis tam brevi explicatione vix satisfieri possit: reliqua quæ hic desiderari possent alii tempori reservans.

Primo itaque loco, ad hoc attendendum; sit data aliqua æquatio cubica  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ , in qua  $x$  radices hujus æquationis designat;  $p, q, r$ , cognitæ quantitates repræsentant: ad auferendum jam secundum terminum supponatur  $x = y + a$ , jam ope harum duarum æquationum inveniatur tertia, ubi quantitas  $x$  absit, & erit

$$y^3 + 3ayy + a^2y + a^3 = 0 \quad \text{Ponatur nunc secundus terminus æquationis nihilominus (quia hunc auferre nostra intentio) eritque } 3ayy - pyy = 0. \text{ Unde } z = \frac{p}{3} : \text{ id quod indicat, ad auferendum}$$

$$- pyy \quad - 2pay - qa^2 \quad \text{lis nihilominus (quia hunc auferre nostra intentio) eritque } 3ayy - pyy = 0. \text{ Unde } z = \frac{p}{3} : \text{ id quod indicat, ad auferendum}$$

$$+ qy \quad + qa^2 \quad \text{lis nihilominus (quia hunc auferre nostra intentio) eritque } 3ayy - pyy = 0. \text{ Unde } z = \frac{p}{3} : \text{ id quod indicat, ad auferendum}$$

$$- r \quad z = \frac{p}{3} : \text{ id quod indicat, ad auferendum}$$

secundum terminum in æquatione cubica, supponendum esse loco  $x = y + a$  (prout modo fecimus)  $x = y + \frac{p}{3}$ . Hæc jam vulgata admodum sunt, nec hic referuntur aliam ob causam, quam quia sequentia admodum illustrant, dum hisce bene intellectis, eo facilius, quæ modo proponam, capientur.

Sint jam secundo in æquatione data auferendi duo termini: dico, quod supponendum sit,  $xx = bx + y + a$ ; si tres,  $x^3 = cxx + cxx + bx + y + a$ ; si quatuor,  $x^4 = dx^3 + cxx + bx + y + a$ , atque sic in infinitum. Vocabo autem has æquationes assumtas, ut eas distinguam ab æquatione, quæ ut data consideratur. Ratio autem horum est: quod eadem ratione, prout ope æquationis  $x = y + a$  saltem unus terminus poterat auferri, quia nimirum unica saltem indeterminata hic existit  $a$ , sic eadem ratione ope hujus  $xx = bx + y + a$ , non nisi duo termini possunt auferri, quia duæ indeterminatæ  $a$  &  $b$  ad-

sunt;

andere reden dan dat het vervolg duidelijk aantoont dat -wanneer deze zaken goed zijn begrepen- des te gemakkelijker datgene wat ik aanstonds zal voorleggen kan worden gevat.

Ten tweede nu dit: Stel dat in een gegeven vergelijking twee termen verwijderd moeten worden, ik zeg dat dan gesteld moet worden  $x^2 = bx + y + a$ ; indien drie termen verwijderd moeten worden dient men te stellen  $x^3 = cx^2 + bx + y + a$ ; in het geval van vier termen:  $x^4 = dx^3 + cx^2 + bx + y + a$  en zo in het oneindige toe door. Ik zal deze "hulpvergelijkingen" noemen om hen te onderscheiden van de vergelijking die als gegeven beschouwd wordt.

De zin hiervan is echter dat op dezelfde wijze als waarop met behulp van de vergelijking  $x = a + y$  in elk geval precies één term verwijderd kon worden -omdat immers hier slechts één variabele in het spel is- zó ook op dezelfde wijze met behulp van  $x^2 = bx + y + a$  slechts twee termen verwijderd kunnen worden, omdat twee variabelen  $a$  en  $b$  voorkomen;

[pag. 205]

en zo kunnen verder ook met behulp van  $x^3 = cx^2 + bx + y + a$  niet meer dan drie termen verwijderd worden omdat er slechts drie variabelen  $a, b$  en  $c$  optreden.

Opdat met evenwel begrijpt op welke wijze dit bereikt kan worden, zal ik laten zien hoe twee termen uit een gegeven vergelijking verwijderd kunnen worden met behulp van de hulpvergelijking  $x^2 = bx + y + a$ .

Hieruit zal immers gemakkelijk blijken hoe men in dit probleem net zover kan komen als men wil, daar overal dezelfde tactiek geldt [4].

Laat dan -en dit is het derde punt- de kubische vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  gegeven zijn, waaruit de beide tussentermen verwijderd moeten worden; laat eerst de tweede term verwijderd worden (dit is weliswaar niet nodig, maar we doen dit hier in ieder geval om nodeloze ingewikkeldheid te vermijden). We krijgen dan daardoor een vergelijking van het type:  $y^3 - qy - r = 0$ .

Verder hebben we de hulpvergelijking  $y^2 = by + z + a$  (volgens onze tweede opmerking) en laat daaruit vervolgens een derde vergelijking ontstaan (door te werk te gaan volgens de bekende regels van de Analyse), waarbij de grootheid (nl.  $y$ , vert.) geheel afwezig is. We verkrijgen dan [5]:

$$\begin{aligned}
 & z^3 + 3az^2 + 3a^2z + a^3 \\
 & - 2qz^2 - 4qaz - 2qa^2 \\
 & + q^2z + q^2a \\
 & - qb^2z - qb^2a \\
 & + 3rbz + 3rba \\
 & - r^2 \\
 & - qrb \\
 & + rb^3 = 0.
 \end{aligned}$$

MENSIS MAJI A. MDC LXXXIII. 205

sunt; ac sic porro ope sequentis  $x^3 = cxx + bx + y + a$ , non plures tribus auferri possunt, quia tres tantum indeterminatae a, b, c. Ut autem intelligatur, qua ratione hac assequi liceat, ostendam qua ratione duo termini ex data æquatione ope assumptæ  $xx = bx + y + a$  sint auferendi: hinc enim (cum ubique eadem Methodus sit procedendi) facile constabit, quomodo in hac re progrediendum, quousque quis velit. Sic itaque

Tertio, Æquatio Cubica  $x^3 - pxx + qx - r = 0$ , ex qua auferendi duo intermedii termini: auferatur primo secundus terminus (id quod equidem non opus est, sed saltem hic ob nimiam prolixitatem evitandam fit) tunc hunc obtinebimus æquationem similem huic  $y^3 - qy - r = 0$ . Jam sit assumpta æquatio (juxta secundam annotationem)  $yy = by + z + a$ , & fiat porro hinc tertia æquatio (procedendo juxta cognita Analyseos præcepta) ubi quantitas penitus abfit, & obtinebitur.

$z^3 + 3azz + 5aaz + a^3 = 0$	Ponantur jam in hac æquatione Cubica
$- 2qqzz - 4qaz - 2qaa$	secundus & tertius terminus æquales 0 (quia
$+ qqz + qqa$	hos duos intermedios auferre nostrum
$- qbbz - qbba$	propositum) & orientur hinc duæ æquatio-
$+ 3rbz + 3rba$	nes $3azz - 2qzz = 0$ , & $3aaz - 4qaz$
$- rr$	$+ qqz - qbbz + 3rbz = 0$ , quarum
$- prb$	ope duæ indeterminatae determinantur:
$+ rbz$	invenitur siquidem $a = \frac{2p}{3}$ & $b = \frac{3}{q}$ mul-

tiplicatum in  $\frac{r}{z} + \sqrt{\frac{rr - qz}{z^2}}$ . Si itaque loco a & b modo inventæ quantitates substituuntur in æquatione  $yy = by + z + a$ , ejus ope, in æquatione data Cubica, duo termini poterunt auferri; seu quod eo recidit, data æquatio Cubica ope hujus æquationis  $yy = by + z + a$ , in aliam Cubicam æquationem transmutabitur, ubi duo intermedii termini ablati erunt. Et sic idem processus observatur ad tres, quatuor, quinque &c. terminos auferendos. Cum enim data æquatio semper ope assumptæ ad aliam redigatur, quæ æque altas dimensiones obtinet veluti unico intuitu patet hic fieri) in hac tertia, tres, quatuor, quinque &c. termini poterunt æquales poni nihilo, atque hinc totidem semper æquationes habebimus, quot indeterminatae adsunt, ut proinde hæc semper ope harum æquationum possint determinari.

Cc 3

Notan-

Laat nu in deze kubische vergelijking de tweede en de derde term gelijk aan nul gesteld worden (het is immers onze bedoeling deze twee tussentermen te verwijderen), dan zullen daaruit twee vergelijkingen ontstaan:

$$3az^2 - 2qz^2 = 0$$

en

$$3a^2z - 4qaz + q^2z - qb^2z + 3rbz = 0$$

met behulp waarvan de twee variabelen (nl.  $a$  en  $b$ , vert.) bepaald kunnen worden; men vindt dan inderdaad  $a = \frac{2}{3}q$  en  $b = \frac{3}{q} \left\{ \frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}} \right\}$ . Indien dan in de plaats van  $a$  en  $b$  de zojuist gevonden grootheden worden gesubstitueerd in de vergelijking  $y^2 = by + z + a$ , dan zullen met behulp daarvan in de gegeven kubische vergelijking twee termen verwijderd kunnen worden of -wat op hetzelfde neerkomt- de gegeven kubische vergelijking zal met behulp van de vergelijking  $y^2 = by + z + a$  in een andere kubische vergelijking worden veranderd waaruit de twee tussentermen verwijderd zijn. En zo wordt dezelfde werkwijze in acht genomen als men drie, vier, vijf etc. termen moet verwijderen.

Daar echter steeds de gegeven vergelijking met behulp van de hulpvergelijking tot een andere vergelijking van dezelfde graad herleid wordt (zoals hier klaarblijkelijk met scherpzinnigheid geschiedt) zullen in deze derde vergelijking drie, vier, vijf etc. termen gelijk aan nul gesteld worden en daardoor zullen we steeds evenveel vergelijkingen als onbekenden hebben, zodat deze dus steeds met behulp van deze vergelijkingen bepaald kunnen worden.

[pag. 206]

Ten vierde moet worden opgemerkt dat hieruit soortgelijke regels kunnen worden opgesteld en de Heer Descartes geeft een bewijs m.b.t. het verwijderen van de tweede term uit een gegeven vergelijking [1], wanneer hij zegt dat om de tweede term met behulp van de vergelijking  $x = y + a$  te verwijderen in een vierkants-vergelijking de grootheid  $a$  gelijkgesteld moet worden aan  $\frac{1}{2}p$ , in een kubische vergelijking gelijk aan  $\frac{1}{3}p$  enz. Ik zeg nl. dat om twee termen te verwijderen met behulp van de vergelijking  $x^2 = bx + y + a$  in de kubische vergelijking  $x^3 + qx + r = 0$  [6],  $a$  gelijk gesteld moet worden aan  $-\frac{2}{3}q$  en  $b = \frac{3r}{2q} \pm \sqrt{\frac{9r^2}{4q^2} + \frac{q}{3}}$ ; in de bikwadratische vergelijking  $x^4 + qx^2 + rx + s = 0$  moet gesteld worden

$$a = -\frac{2q}{4} \text{ en } b = \frac{3r}{2q} \pm \sqrt{\frac{9r^2}{4q^2} + \frac{2q}{4} - \frac{2s}{q}}$$

in de vergelijking  $x^5 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$

Notandum quarto, quod hinc similes regulæ possunt formari, atque exhibet Dn. des Cartes pro auferendo secundo termino ex data æquatione, dum dicit, quod ad auferendum secundum terminum ope æquationis  $x = y + a$  in æquatione quadratica quantitas  $a$  debeat æquari  $\frac{p}{2}$ ; in æquatione Cubica  $\frac{p}{3}$ , atque sic porro. Dico etenim, quod ad auferendos duos terminos ope æquationis  $xx = bx + y + a$ , in æquatione Cubica  $x^3 + qx^2 + rx + t = 0$ ,  $a$  debeat supponi æqualis  $-\frac{2q}{3}$

&  $b = \frac{2r}{2q} + \sqrt{\frac{9rr + q^2}{4q^3}}$ : in æquatione quadratoquadratica,  $x^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$ , debeat supponi  $a = -\frac{2q}{4}$ , &  $b = \frac{3s}{2q} + \sqrt{\frac{9rr + 2q}{4q^3} - \frac{2f}{q}}$ : in æquatione  $x^5 + qx^4 + rxx + sx + t = 0$ ,  $a = -\frac{2q}{5}$ , &  $b = \frac{2r}{r^2q} + \sqrt{\frac{9rr + 3q}{4q^3} - \frac{2f}{q}}$ : in æquatione denique  $x^6 + qx^5 + rx^4 + sxx + tx + u = 0$ ,  $a = -\frac{2q}{6}$ , &  $b = \frac{2r}{2q} + \sqrt{\frac{9rr}{4q^3} + \frac{4q}{6} - \frac{2f}{q}}$  atque sic in infinitum. Quia itaque similibus delectatur, his bene intellectis, rem hanc facile ulterius promovere poterit.

Quinto, Qualis autem promotio Analyseos hæc sit, & quanti usus, periti Analyseos facile judicabunt: Ergo unicum saltèm hic corollarium deducam, quod nimirum hinc Methodus exhibeatur omnium æquationum cujuscunque gradus Radices analytice determinandi, idque exemplo ostendam. Sit etenim æquatio Cubica  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ , auferatur hinc secundus terminus ope hujus  $x = \frac{y}{3} + \frac{p}{3}$  & inveniatur.

$y^3 - 3ppy - 2p^3 = 0$  Ponatur jam brevitatis causa  $3pp - 9q = q$ ,  
 $+ 9qx + 9pq$  &  $2p^3 - 9pq + 27r = r$ : Unde erit  $y^3 - qy + 27r = 0$ . Jam hæc æquatio rursus transmutetur in aliam Cubicam, ubi duo intermedii termini absint, idque fiet (prout supra indicatum) ope æquationis  $yy = by + z + a$ , si nim. quantitas  $a$  fiat æqualis  $\frac{2q}{3}$  &  $b = \frac{3}{q}$  in  $\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{q^3}{27}}$  (fiat brevitatis causa  $\sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{q^3}{27}} = f$ , &  $\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{q^3}{27}} = g$ ) tunc etenim inveniatur hinc  $z^3 = -\frac{216fg}{93}$  Unde  $z = -\frac{6f}{q} \sqrt[3]{3g}$  Antea erat  $yy = \frac{3gy}{3} + \frac{2q}{3} + z$ , cum

vero

$$a = -\frac{2q}{5} \text{ en } b = \frac{3r}{2q} \pm \sqrt{\frac{9r^2}{4q^2} + \frac{3q}{5} - \frac{2s}{q}}$$

Tenslotte moet men in de vergelijking  $x^6 + qx^4 + rx^3 + sx^2 + tx + u = 0$  stellen:

$$a = -\frac{2q}{6} \text{ en } b = \frac{3r}{2q} \pm \sqrt{\frac{9s^2}{4q^2} + \frac{4q}{6} - \frac{2s}{q}}$$

en zo tot in het oneindige [7].

Wie nu in deze dingen behagen schept kan, wanneer hij dat goed begrepen heeft, dit probleem gemakkelijk verder uitwerken [8].

Ten vijfde. Hoe zeer dit de Analyse vooruit brengt en van welk nut dit is zullen bekwame analytici gemakkelijk kunnen beoordelen. Derhalve zal ik hier althans slechts één toegift afleiden namelijk dat hiermee een methode kan worden gedemonstreerd om op analytische wijze de wortels te bepalen van alle vergelijkingen, van welke graad dan ook en ik zal dit aan de hand van een voorbeeld aantonen [9]. Laat namelijk de kubische vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  gegeven zijn en laat hieruit de tweede term verwijderd worden met behulp van  $x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}p$ . Men vindt dan

$$\begin{aligned} y^3 - 3p^2y - 2p^3 \\ + 9qy + 9pq \\ - 27r = 0. \end{aligned}$$

Laat kortheidshalve gesteld worden  $3p^2 - 9q = q$  en  $2p^3 - 9pq + 27r = r$ . Daaruit zal ontstaan  $y^3 - qy - r = 0$ .

Deze vergelijking wordt op zijn beurt omgezet in een andere vergelijking waarin de twee tussentermen ontbreken en dit zal gebeuren (zoals boven aangegeven) met behulp van de vergelijking  $y^2 = by + z + a$  als namelijk de

grootheid  $a$  gelijk is aan  $\frac{2q}{3}$  en  $b = \frac{3}{q} \left\{ \frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}} \right\}$  (laat kortheidshalve  $\sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}} = f$  en  $\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}} = g$ ) dan wordt immers daaruit gevonden  $z^3 = -\frac{216f^3g}{q^3}$ . Daaruit:  $z = -\frac{6f}{q} \sqrt[3]{g}$ . Eerder was  $y^2 = \frac{3gy}{q} + \frac{2}{3}q + z$ ; daar echter

[pag. 207]

de grootheid  $z$  zojuist gevonden is, zal gelden:

$$y = \frac{3g}{2q} + \sqrt{\frac{9g^2}{4q^2} + \frac{2q}{3} - \frac{6f}{q} \sqrt[3]{g}}$$

Voorts werd tevoren ook gesteld  $x = \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}y$ ; daar nu  $y$  reeds gevonden was,

MENSIS MAJI A. M DC LXXXIII, 207

vero quantitas z modo inventa, erit  $y = \frac{3g}{3} + \sqrt{\frac{9gg}{3} - \frac{2q}{3} - \frac{6f}{3}}$

Porro antea quoque supponebatur  $x = \frac{2q}{3} + \sqrt{\frac{4qq}{3} - \frac{3}{3} - \frac{q}{3}}$ ; cum itaque y jam inven-

ta, erit tandem  $x = \frac{g}{3} + \sqrt{\frac{gg}{3} - \frac{2q}{3} - \frac{2f}{3}}$  Radix æquationis

Cubicæ  $x^3 - pxx + qx - r = 0$ , quæ Radix diversa est ab expressione Cardanica, & præcipue quoque in eo, quod unicum signum radicale Cubicum includat; cum Cardanica expressio duo involvat.

Notandum vero ultimo, quod non solum ope æquationum exhibiturum annotatione secunda, duo, tres, quatuor &c. termini ex data æquatione auferri possint; sed quod variis aliis æquationibus, diversis ab his, idem quoque facere possim: imo quod omnes possibiles æquationes, ope quarum hoc negotium peragi possit, facile enumerare valeam: Ac quod proinde (per annot. 5) omnium æquationum, omnes possim, prout suo loco diffusius explicabo. Jam ad confirmationem horum, quæ modo dixi, breviter ostendam, qua ratione etiam alia expressio Radicum Cubicæ æquationis, ope ablationis terminorum possit detegi, quæ apprime respondet Cardanicæ expressioni Si etenim  $y^3 - py - r = 0$ , supponatur  $yz = zz + a$ , & ope hujus inveniatur tertia, ubi y penitus abest,  $z^6 + 3az^4 + rz^3 + 3aaz^2 + az = 0$ ; in hac æquatione, si termini, ubi z quatuor & duas dimensiones obtinet, ponantur æquales nihilo, inveniatur

$$a = \frac{q}{3} \text{ \& hinc erit } z^6 - yz^3 + \frac{19q}{27} = 0: \text{ Unde } z = \sqrt[3]{-\frac{3r}{2} + \sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{9q}{27}}} \text{ quæ}$$

restituta in æquatione assumpta  $yz = zz + \frac{q}{3}$  exhibet  $y = \sqrt[3]{\frac{r}{3} + \sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{9q}{27}}}$

$+ \sqrt[3]{-\frac{q}{3} - \sqrt{\frac{rr}{4} - \frac{9q}{27}}}$ , Radicem desideratam æquationis  $y^3 - py - r = 0$ .

ISMAELIS BULLIALDI OPUS NOVUM AD Arithmeticam Infinitorum, Libris sex comprehensum. Lutetiæ Parisiorum, in fol. 1682.

Pre-

zal tenslotte

$$x = \frac{p}{3} + \frac{g}{2q} + \sqrt{\frac{g^2}{4q^2} + \frac{2q}{27} - \frac{2f}{3q} \sqrt[3]{g}}$$

de wortel zijn van de kubische vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ , welke wortel (in uiterlijk, *vert.*) verschilt van de door Cardano gegeven uitdrukking en wel vooral daarin dat deze slechts één derde-machtswortel bevat, terwijl de uitdrukking van Cardano er twee omvat.

Tenslotte moet worden opgemerkt dat niet alleen met behulp van de vergelijkingen die ten tonele gevoerd zijn in onze tweede aantekening, twee, drie, vier etc. termen verwijderd kunnen worden, maar dat ik ditzelfde ook met verscheidene andere vergelijkingen, verschillend van de eerstgenoemde zou kunnen doen, ja zelfs dat ik alle mogelijke vergelijkingen waarmee dit werk gedaan kan worden, gemakkelijk zou kunnen opsommen. En dat ik verder (zie opmerking 5) van alle vergelijkingen alle hulpvergelijkingen zou kunnen opnoemen, zoals ik op een daarvoor geschikte plaats uitvoeriger zal uiteenzetten.

Ter bevestiging nu van wat ik zojuist zei, zal ik in het kort aantonen hoe ook een andere uitdrukking voor de wortels van de kubische vergelijking gevonden kan worden, met behulp van het verwijderen van termen, welke (uitdrukking) bijzonder veel lijkt op de uitdrukking van Cardano. [10].

Laat nu  $y^3 - py - r = 0$ . Stel  $yz = z^2 + a$  en laat met behulp hiervan een derde vergelijking gevonden worden waarin  $y$  geheel en al afwezig is:

$$\begin{aligned} z^6 + 3az^4 - rz^3 + 3a^2z^2 + a^3 \\ - pz^4 - paz^2 = 0. \end{aligned}$$

Indien in deze vergelijking de termen waarin  $z$  voorkomt in de vierde en in de tweede macht gelijk aan nul gesteld worden, vindt men  $a = \frac{1}{3}p$  en daardoor zal gelden:

$$z^6 - rz^3 + \frac{p^3}{27} = 0.$$

Vandaar

$$z = \sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}.$$

Substitutie daarvan in de hulpvergelijking  $yz = z^2 + \frac{1}{3}p$  geeft:

$$y = \sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \frac{p}{3\sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}}, \quad [11]$$

als de gewenste wortel van de vergelijking  $y^3 - py - r = 0$ .



AANTEKENINGEN

- [1] La Géométrie, Leiden, 1637, Livre III, p. 376, 377.
- [2] In dit artikel wordt gesproken over "Ars Analytica". Hiermee wordt bedoeld wat wij vroeger Algebra genoemd zouden hebben, in het bijzonder het oplossen van vergelijkingen waarvan het linkerlid -na herleiding op nul- een polynoom in de onbekende is (cf. Viète's "In Artem Analyticam Isagoge" van 1591).  
Vertaling door Analyse lijkt een anachronisme: de infinitesimaalrekening was er nog niet. Leibniz' baanbrekende artikel "Nova methodus de Maximis et Minimis" dateert van 1684, Newton's "Principia" was nog niet gepubliceerd. Daar wij onder Algebra nu meer verstaan dan toen bedoeld werd, kiezen wij in deze vertaling toch maar voor het woord "Analyse", vergezeld van deze toelichting.
- [3] Reeds Cardano (1501-1576) paste deze tactiek toe in zijn "Ars Magna" van 1545. In feite gaat het erom dat elke wortel verminderd wordt met  $1/3$  van de som van de wortels, zo ontstaat een vergelijking waarin de som van de wortels, en dus de coëfficiënt van de op één na hoogste macht van de onbekende, nul is.
- [4] Hier is Tschirnhaus te optimistisch. In het volgende voorbeeld lukt het hem om een kubische vergelijking te herleiden tot een binomiaalvergelijking, maar wanneer men in een vergelijking van de graad  $n$  ( $n \geq 4$ ) alle tussentermen tracht te verwijderen met transformatieformules van het type  $x^3 = cx^2 + bx + y + 1$  etc. dan stuit men op vergelijkingen van zo hoge graad dat het probleem bijbehorende  $a, b, c$  etc. te bepalen in het algemeen onoplosbaar is. Leibniz schreef dit al in een brief aan Tschirnhaus (litt. 7).
- [5] Tschirnhaus zwijgt over de wijze waarop hij tot dit resultaat gekomen is. Cantor geeft in zijn "Vorlesungen" (III; p. 114, 115) een verklaring tegenover welke Kracht en Kreyszig (litt. 7) een andere stellen. Wij, met onze kennis van de resultante, zouden het resultaat vinden (met flink wat rekenwerk) door van de vergelijkingen

$$y^3 - qy - r = 0$$

en  $y^2 - by - z - a = 0$

de resultante

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -q & -r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -q & -r \\ 1 & -b & -t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b & -t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -b & -t \end{vmatrix}$$

(met  $t = z + a$ ) te berekenen en die nul te stellen.

De eis dat de coëfficiënten van  $z^2$  en  $z$  nul zijn levert dan:

$$3a - 2q = 0$$

en  $-qb^2 + 3rb + q^2 - 4aq + 3a^2 = 0$ .

De bekende term in de vergelijking in  $z$  wordt dan (als we stellen  $a = \frac{2}{3}q$ ):

$$\frac{2}{27}q^3 - \frac{2}{3}b^2q^2 + brq - r^2 + rb^3.$$

We zullen deze nodig hebben in aantekening [9].

Maar zó kon Tschirnhaus het niet doen: het begrip resultante vindt men voor het eerst bij Newton in diens "Arithmetica Universalis" die in 1707 verscheen in Cambridge.

- [6] In het Latijnse origineel staat een storende zetfout:  $x^3 + qx + r = 0$  moet zijn:  $x^3 + qx + r = 0$ , anders zijn de gegeven waarden voor  $a$  en  $b$  onjuist. Even tevoren heeft Tschirnhaus immers afgeleid, dat -om uit de vergelijking  $y^3 - qy - r = 0$  met behulp van de substitutie  $y^2 = by + z + a$  een vergelijking in  $z$  te verkrijgen waarin de termen met  $z^2$  en  $z$

ontbreken- men moet stellen  $a = \frac{2}{3}q$  en  $b = \frac{3}{q} \left\{ \frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}} \right\}$

Voor de vergelijking  $x^3 + qx + r = 0$  geldt dan, mutatis mutandis,

$$a = -\frac{2}{3}q \text{ en } b = \frac{3r}{2q} \pm \sqrt{\frac{9r^2}{4q^2} + \frac{q}{3}}.$$

- [7] Evenals in het geval dat in aantekening [4] is besproken, gaat het hier in feite om het berekenen van resultanten en wel die van de volgende paren vergelijkingen:

$$(1) \begin{aligned} x^3 + qx + r &= 0 \\ x^2 - bx - y - a &= 0 \end{aligned} \quad (2) \begin{aligned} x^4 + qx^2 + rx + s &= 0 \\ x^2 - bx - y - a &= 0 \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} x^5 + qx^3 + rx^2 + sx + t &= 0 \\ x^2 - bx - y - a &= 0 \end{aligned} \quad (4) \begin{aligned} x^6 + qx^4 + rx^3 + sx^2 + tx + u &= 0 \\ x^2 - bx - y - a &= 0. \end{aligned}$$

Uit deze paren moet steeds  $x$  geëlimineerd worden, waarbij  $a$  en  $b$  zodanig gekozen moeten worden dat in de ontstane vergelijking in  $y$  steeds de op één na hoogste en de op twee na hoogste macht van  $y$  ontbreken.

Geval (1) is al besproken in aantekening [5]. De andere gevallen leiden tot vergelijkingen in  $y$ , resp. van de graad 4, 5 en 6. De eis dat ook hierin de op één na hoogste en op twee na hoogste macht van  $y$  ontbreken blijkt dan te leiden tot de volgende vergelijkingen in  $a$  en  $b$

$$(2) 4a + 2q = 0 \text{ en } qb^2 - 3rb + q^2 + 2s + 6a^2 + 6aq = 0$$

$$(3) 5a + 2q = 0 \text{ en } qb^2 - 3rb + q^2 + 2s - 10a^2 - 8aq = 0$$

$$(4) 6a + 2q = 0 \text{ en } qb^2 - 3rb + q^2 + 2s + 15a^2 + 10aq = 0.$$

Zonder deze vergelijkingen te noemen, laat Tschirnhaus de wortels ervan uit de lucht vallen met een eenvoudig: "Dico enim", d.w.z. "Ik zeg namelijk dat". Een en ander vereist flink wat rekenwerk. Zelf heb ik de berekeningen gemaakt, daarna zijn deze gecontroleerd met het programma Mathematica door de heer R.J. Schotting van de Faculteit TWI van de

TU Delft, waarvoor mijn hartelijke dank.

- [8] Wanneer in deze zin inderdaad “Quia” bedoeld zou zijn, dan zou deze zin geen zin hebben. De conjectuur “Qui” lijkt mij de enige aanvaardbare en deze leidt tot de gegeven vertaling.
- [9] Wanneer men in een kubische vergelijking in  $z$  de termen met  $z^2$  en  $z$  verwijdert, krijgt men uiteraard een binomiaalvergelijking en dat is wat Tschirnhaus hier doet. Allereerst herleidt hij  $x^3 - px^2 + qx - r$  d.m.v. de substitutie  $x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}p$  tot  $y^3 - (3p^2 - 9q)y - 2p^3 + 9pq - 27r = 0$ .

Nu scheidt hij verwarring door te stellen

$$3p^2 - 9q = q \text{ en } 2p^3 - 9pq + 27r = r.$$

Beter zou zijn  $3p^2 - 9q = Q$  en  $2p^3 - 9pq + 27r = R$ .

In deze lijn gaan we nu verder; er ontstaat dan:

$$y^3 - Qy - R = 0. \quad (*)$$

Via de bekende substitutie

$$y^2 = by + z + a \quad (**)$$

wordt deze vergelijking omgezet in een vergelijking in  $z$  waarin de termen met  $z$  en  $z^2$  ontbreken door een geschikte keuze van  $a$  en  $b$ .

We zagen al eerder dat dit kan gebeuren d.m.v. de resultante van (\*) en (\*\*). Ook zagen we al dat de eisen voor  $a$  en  $b$  dan zijn:

$$a = \frac{2Q}{3} \text{ en } b = \frac{3}{Q} \left\{ \frac{R}{2} + \sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{Q^3}{27}} \right\}.$$

Berekening van deze resultante geeft dan tevens de bekende term in de vergelijking in  $z$ , zoals we zagen in aantekening [5]. In ons geval wordt deze bekende term:

$$\frac{2}{27}Q^3 - \frac{2}{3}b^2Q^3 + bRQ - R^2 + Rb^3.$$

Indien we nu stellen:

$$f = \sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{Q^3}{27}} \quad \text{en} \quad g = \frac{R}{2} + f,$$

dan geldt:  $b = \frac{3g}{Q}$ ,  $R = 2g - f$  en  $\frac{Q^3}{27} = g^2 - 2fg$ .

Na enig rekenwerk vinden we dan voor de bekende term:  $\frac{216f^3g}{Q^3}$  zodat geldt:

$$z^3 = - \frac{216f^3g}{Q^3}.$$

Ook dit resultaat laat Tschirnhaus “uit de lucht vallen”, nu met de opmerking “tunc enim invenitur”, d.w.z. “dan wordt immers gevonden”.

Bedenkt men nog dat

$$x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}p$$

$$y^2 = by + z + a \quad (\text{met } a \text{ en } b \text{ als boven})$$

$$z = -\frac{6f\sqrt[3]{g}}{Q}$$

dan vindt men inderdaad voor “de” wortel (sic!) van de oorspronkelijke vergelijking  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  de in de vertaling gegeven uitdrukking, met dien verstande dat de hierin voorkomende  $q$  niet de coëfficiënt van de gegeven vergelijking is, maar de door Tschirnhaus ingevoerde grootheid  $3p^2 - 9q$ , welke in deze verklarende aantekening is aangegeven met  $Q$ .

De correcte uitdrukking voor de bedoelde wortel is dus:

$$x = \frac{p}{3} + \frac{g}{2Q} + \sqrt{\frac{g^2}{4Q^2} + \frac{2Q}{27} - \frac{2f\sqrt[3]{g}}{3Q}}$$

Hierin is  $p$  inderdaad de coëfficiënt van de oorspronkelijke vergelijking in  $x$  en  $f, g$  en  $Q$  zijn de hierboven ingevoerde, van  $p, q$  en  $r$  afhankelijke, grootheden. In feite komt het hierop neer dat Tschirnhaus een tweede-machtswortel ( $f$ ) en een derde-machtswortel ( $\sqrt[3]{g}$ ) adjugeert.

De formule in de Latijnse tekst bevat een drukfout:  $\sqrt{39}$  moet zijn:  $\sqrt[3]{g}$ . De 3 staat slechts schijnbaar “onder” het wortelteken, bedoeld is nl. de derde-machtswortel uit  $g$  en een derde-machtswortel werd in die tijd aangegeven als  $\sqrt[3]{g}$ . Ook in de laatste formule van dit artikel moet men hierop bedacht zijn (zie ook aantekening [11]).

De uitdrukking van Cardano voor “de” wortel van een kubische vergelijking van de gedaante  $y^3 - Qy - R = 0$  waar Tschirnhaus op doelt, zou luiden:

$$y = \sqrt[3]{\frac{R}{2} + \sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{Q^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{R}{2} - \sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{Q^3}{27}}}$$

en deze bevat inderdaad twee derde-machtswortels.

- [10] Dat de uitdrukking voor de wortels bijzonder veel lijkt op die welke Cardano daarvoor vond, is niet verbazingwekkend. De methode van Cardano bestond immers daarin dat hij, uitgaande van de vergelijking

$$y^3 - py - r = 0$$

stelde (met nader te bepalen  $u$  en  $v$ ):

$$y = u + v.$$

Hierdoor krijgen we:

$$u^3 + (3uv - p)(u + v) - r = 0.$$

Cardano eiste daarbij:

$$3uv - p = 0,$$

waardoor zijn substitutie neerkomt op

$$y = u + \frac{p}{3u}.$$

In feite doet Tschirnhaus ditzelfde, want hij stelt

$$y = z + \frac{a}{z}$$

met  $a = \frac{1}{3}p$ .

- [11] Het resultaat van Tschirnhaus is dan ook direct om te zetten in de vorm waarin Cardano de wortel(s) gaf, immers

$$\frac{p}{3\sqrt[3]{\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}} = \frac{p\sqrt[3]{\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}}{3\sqrt[3]{\frac{r^2}{4} - (\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27})}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}}{\sqrt[3]{\frac{r^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$

en daaruit volgt letterlijk de uitdrukking van Cardano voor de wortel van de kubische vergelijking.

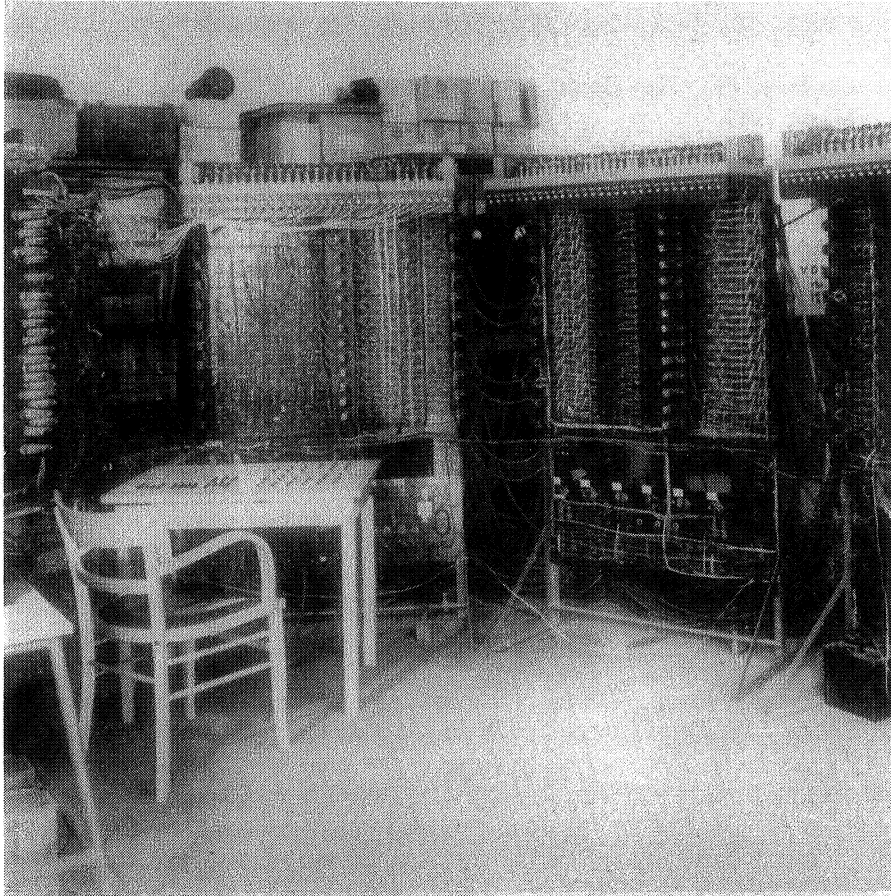
N.B. Tschirnhaus geeft (uiteraard) slecht één oplossing: de reële.

Overigens zij opgemerkt dat juist dit laatste gedeelte wordt ontsierd door zetfouten in het Latijnse origineel. Voorts lijkt het in het eindresultaat alsof de 3 van de derde-machtswortel als coëfficiënt daaronder terecht gekomen is, maar dat is het gevolg van de toen gebruikelijke notatie voor de derde-machtswortel (zie ook aantekening [9]).

LITTERATUUR

1. Cajori, F.: A History of Mathematical Notations, La Salle, Illinois, 1974.
2. Cantor, M.: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik III, Leipzig, 1901.
3. Cardano, G.: The Great Art, translated by T.R. Witmer, Cambridge Mass., 1967.
4. Dictionary of Scientific Biography, s.v. Tschirnhaus, New York, 1976.
5. Klein, F.: The Icosahedron and the Solution of Equations of the Fifth Degree, translated by G.G. Morrice, New York, 1956.
6. Kline, M.: Mathematical Thought from Ancient to modern Times, New York, 1972.
7. Kracht, M. and Kreyszig, E.: E.W. von Tschirnhaus: His Role in Early Calculus and His Work and Impact on Algebra, Historia Mathematica, Vol. 17. No. 1, pp. 16-35.
8. Weber, H.: Lehrbuch der Algebra, I, pp. 240, sqq, Braunschweig, 1898.

A.W. Grootendorst



De voorlopige opstelling van de ARRA I. V.I.n.r. relais; M-register; A-register; S-register. Rechts onder accu's voor de voeding.

## In een diligence zaten .....

Men moet alles leren in het leven: praten, lopen, lezen, schrijven, autorijden en ook reizen. Ja zeker reizen is iets dat wordt aangeleerd en hoe jonger er mee wordt aangevangen, hoe gemakkelijker het is.

Mij is duidelijk geworden dat jij Jan als kleuter op dit vlak reeds jouw leerschool moet hebben gehad, want jouw reizen in ruimte en tijd zijn voor zover ik weet ontelbaar. Met name het aantal reizen in een klein tijdsbestek, namelijk die door een museum, heeft daarbij een speciale voorkeur. Zozeer zelfs dat -in ieder geval in Nederland- er weinig musea meer te vinden zijn waar jij niet bent geweest.

Dit is voornamelijk als gevolg van het feit dat je een brede historische belangstelling hebt. Deze beperkt zich namelijk niet tot de bekende feiten zoals de historie van de wiskunde en de genealogie, maar spreidt zich zoals ik heb bemerkt ook uit tot de historische geografie en de kartografie. Gebieden die in mijn interesse-sfeer liggen.

Het ontwikkelingspatroon van plaatsen en steden met uiteraard hun vestingswerken (je woont ten slotte niet voor niets in Naarden) geniet je warme belangstelling. Vaak hebben we over een oude gravure of over de kaart van Amsterdam gebogen gestaan om weer eens een ander deel van de stadsuitbreiding te bekijken.

Ook moet ik denken aan de kaart "routes en parkeren" in Amsterdam die ik aan mijn muur heb hangen (een relict uit vroeger tijden), en die een duidelijk beeld geeft van de de parkeermogelijkheden voor vrachtauto's en bussen in deze stad alsmede van de infrastructurele ontwikkeling. Hoewel deze inmiddels wat is verouderd (1986) kan daarop toch een heel goede indruk worden verkregen van de wijze waarop de aanleg van de aansluiting van de A1 op de ringweg tot stand zou worden gebracht, alsmede van de op- en afritten naar de Watergraafsmeer. Vanwege de onduidelijke verkeerssituatie met weg-omleggingen, en de aanleg van viadukten en afslagen, kwam je -zo herinner ik mij- namelijk regelmatig langs om op de kaart controleren hoe de definitieve structuur er uit zou komen te zien.

Het vervoer per auto is wel voor je van belang, meer waarde hecht je echter aan een goede openbaar vervoerverbinding. De dagelijkse afstand naar je werk legde je doorgaans immers per openbaar vervoer af. Dat geschiedde niet zo zeer per trein, maar per Parimaribo-streekbus en het laatste stukje vanaf de Middenweg te voet.

Namens het WCW ben je altijd een voorvechter geweest richting de Gemeente Amsterdam voor de realisatie van een betere openbaar

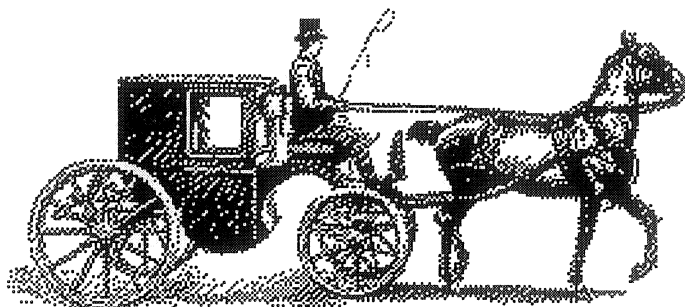


vervoerverbinding naar ons complex. Het moet je dan ook bijzonder veel genoegen schenken dat je nog juist voor je afscheid van ons neemt, de vruchten van dat schier oneindig overleg hebt kunnen plukken en hebt kunnen profiteren van de proef met de spitsbus(je) van het Gemeentevervoerbedrijf, zodat de voettocht door de WCW-tunnel op de Kruislaan achterwege kan blijven.

Tja, de ontwikkelingen staan niet stil, je dagelijkse reis is nu volledig per openbaar vervoer mogelijk. Als je daarbij eens stilstaat dan moet je erkennen dat er ten aanzien van het reizen per openbaar vervoer in de historie enorme ontwikkelingen zijn geweest. Ik denk in dit verband terug aan de regels uit een versje:

In een diligence zaten  
Negen mensen bij elkaar  
't was een dag van grote hitte  
En de lucht was drukkend zwaar....

Toch lag daar niet de oorsprong, want hoeveel eeuwen hebben negen of meer mensen in een diligence of een ander openbaar vervoermiddel over de wegen gereden? .... Niet meer dan een paar.



Eeuwen, tientallen eeuwen lang is het reizen een aangelegenheid van het individu geweest dat zichzelf daartoe de middelen en de vervoermiddelen moest verschaffen.

Een pelgrimstocht naar Rome, een bezoek aan Wenen, studiereis naar Florence, een diplomatieke missie naar Lissabon? Men had de keuze tussen de eigen voeten, het eigen paard of de eigen koets. Overheid noch particuliere ondernemingen stonden klaar met vervoermiddelen. De verplaatsing van stad naar stad en van land naar land was ieders persoonlijke zaak.

Weliswaar bezat Iran in de dagen van koning Darius al zijn beroemde postdienst, maar die moet worden opgevat als een privé-postbedrijf van de koning en niet als een "public utility". Met Darius rennende postpaarden reisde uitsluitend dienstpost. Wagens met lieden die ergens een contract gingen afsluiten of een familielid bezoeken werden immers niet door hen getrokken. Het waren de paarden des konings.

Het westen ziet pas in de zestiende eeuw een schuchter begin van het loonvervoer, de eerste exploitatie van een transportmiddel ten behoeve van het algemeen nut op bepaalde trajecten en op bepaalde tijden.

In Nederland -dat ligt gezien de waterrijkdom voor de hand- was het toen nog niet de postkoets, maar het binnenschip dat het publiek bediende. Kort na 1500 kreeg Amsterdam vaste diensten op Utrecht en Hoorn, een eeuw later pas werd het op deze wijze met Dordt verbonden. Het betrof hier een gecombineerd personen- en vrachtvervoer. Het eigenlijke passagiervervoer begon hier iets later met de trekschuit, het ideale vervoermiddel voor een tijd die nog geen haast kende of wenste.

Niet overal echter waren zo vele en zulke goede waterwegen als bij ons en zo kreeg ook de reiswagen zijn kans. In de zeventiende eeuw ziet men de reiswagendiensten zich over Europa verbreiden. De "Guide de Paris" van 1746 geeft een lijst van 43 plaatsen, waarop reiskoetsen voor acht personen -met zes paarden bespannen- geregelde diensten onderhielden.

Lang beheersten koets en trekschuit nog het weg- en waterwegverkeer. Goethe en Heine, Andersen en Dickens, Shelley en Byron reisden per diligence, maar zoals in het begin van de vorige eeuw het stoomschip de zeiler kwam verdringen, zo deed ook het stoompaard met het postpaard. Geen horenstoten meer van vrolijke postillons, maar bel en fluit van een trein die met een snelheid van 35 kilometer per uur de wereld in angstige verbazing bracht.

Ongeveer een eeuw geleden verdreef de trein de postkoets van de weg. De spoorweg nam grotendeels de taak als verkeersweg over. Maar de geweldige technische en industriële ontwikkeling van de negentiende eeuw joeg het goederen- en personenvervoer dusdanig omhoog dat aan het eind van die eeuw de verkeersweg opnieuw bevolkt kon worden door een nieuw vervoermiddel, die echter op zijn beurt de spoorweg niet verdrong.

Een goede 75 jaar is de auto nu oud. Van een hobbelend vehikel met bel en toeter is hij uitgegroeid tot het renpaard en vrachtpaard van de weg. Wat betreft het personenvervoer heeft deze in de vorm van de

autobus zelfs de verdwenen diligence in gemotoriseerde vorm doen herleven.

Autobus (een samenvoeging van automobiel en omni[uit het latijn:voor allen]-bus) is een zeer gewild vervoermiddel voor jou. Niet alleen voor de dagelijkse gang naar het CWI, echter ook in de vakantie maak je er gebruik van. Je kent de bus dan ook in vele maten en verschijningsvormen: van de luxueuse touringcar met airconditioning waarmee je door het Italiaanse kultuurlandschap zoefde, tot een veertig jaar oud vehikel (waar in het gangpad naast de chauffeur een grote bult aanwezig was als uitsparing voor de motor) waarin je door het socialistische Bulgarije voorthobbelde.

Een andere nog jongere loot aan het vervoersfirmament is die van het luchtvervoer. Wie kent er niet de race van de "Uiver" die in de dertiger jaren een luchtbrug over de hele wereld tot stand deed komen. In de jaren na de tweede wereldoorlog is het vracht- en passagiersvervoer door de lucht pas echt massaal op gang gekomen. Tegenwoordig is het een doodgewone zaak dat men voor een vakantie met een luxueuse Jumbo naar een ander continent vliegt of dat men voor een vergadering in Parijs op een dag even op en neer gaat.

De laatste jaren is het zelfs mogelijk gebleken om tegen betaling van een aanzienlijk geldbedrag (en het volgen van een intensief trainingsprogramma) een reis met een raket cq. space shuttle te maken. Hadden onze overgrootvaders en -moeders dat ooit kunnen denken? Voor hen was de postkoets of diligence al zo'n geweldige kilometerverslinder.

Het is gelukkig mogelijk om herinneringen aan deze vervoermiddelen op te halen door het bezoeken van enige musea in den lande. Vele ken je er al van. Ik raad je er echter één in het bijzonder aan, namelijk het Autotron in Rosmalen. Daar behoef je niet slechts in nostalgisch gemijmer te verzinken, je kunt zelfs in een echte oldtimer rijden. Bovendien is het mogelijk om een verbinding met de toekomst te leggen door een bezoek aan het 'Huis van de Toekomst', waar het wonen en leven in de 21ste eeuw aanschouwelijk wordt gemaakt.

Jan, ik raad je aan het Autotron nog eens te bezoeken (overigens *wel* vanaf NS-station 's-Hertogenbosch, maar *niet* vanaf NS-station Rosmalen te bereiken), en ik wens je verder heel veel genoegen met het uitoefenen van je vele hobby's, een zeer goede gezondheid en hoop dat we in contact zullen blijven. Met groeten

Guus Hardeveld Kleuver.

## Crystallographic examination of stone walls *Preliminary announcement*

Michiel Hazewinkel  
Inst. of Algebraic Meditation  
Netherlands Branch  
Amsterdam

The present announcement reports on a new nondestructive technique used to examine a number of stone walls at a site in South-East Amsterdam located at coordinates (592,41,78) of [1]. Other examinations, using different techniques, have been reported on before [2]. As suggested by the results of [2] we concentrated on evidence of spontaneous pattern formation.

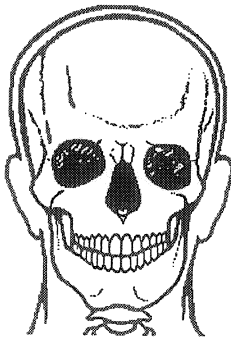
A nondestructive technique involving the use of scattered waves was used; nondestructivity seemed essential, given the as yet unknown value of the specimens examined. For a discussion of the relative merits of destructive versus nondestructive techniques, cf. [3].

It is not impossible that intermittent vibrations have introduced spurious "Moiré" effects into the data.

Two sample back-scattered wave patterns are depicted on the right and below.

Preliminary statistical analyses indicate that the data are not incompatible with the hypothesis that mnemonic traces, [4], in the materials used served as "template" kernels causing the gradual extrusion of composite material; there may well have been

supplementary sedimentary effects. Erosion is believed to have played but a minor role.

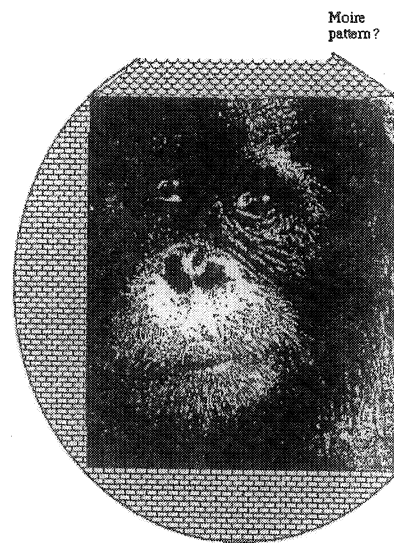


Other theories have been considered, including the possibility of a scientific hoax. That, however, seems unlikely, given the hardness of the material and the absence of a profit motive. For that matter, the hardness of the material, as evidenced by the persistence of vibrations, counterindicates any human mediated origin of the patterns observed.

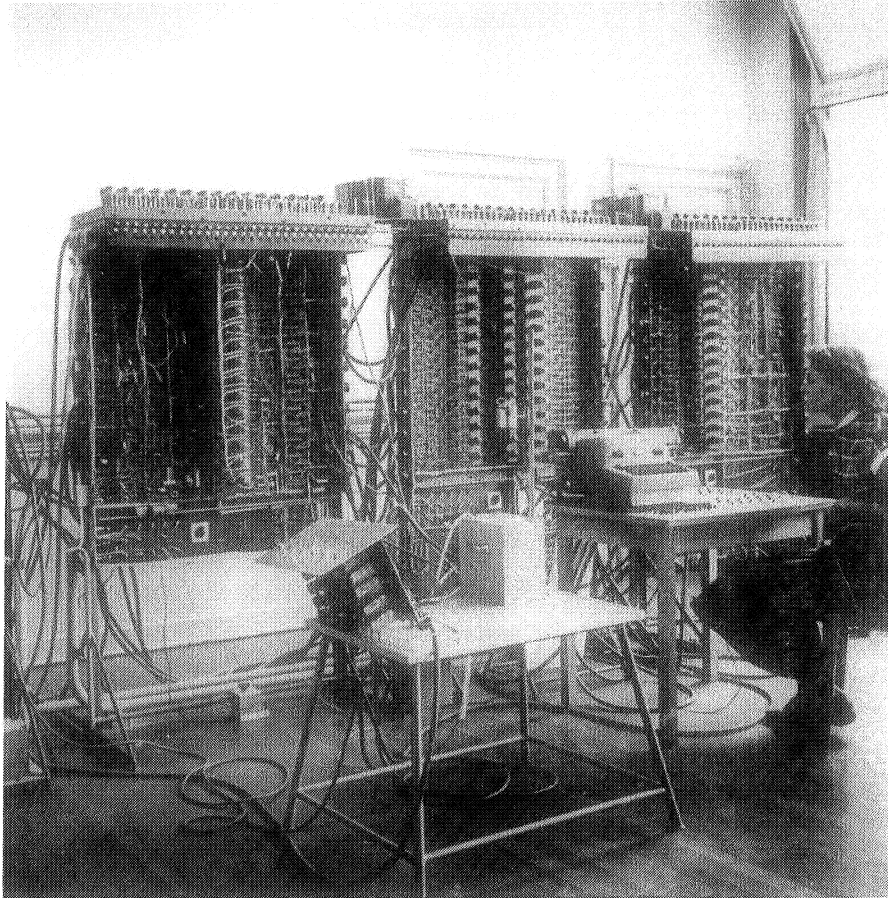
As to the nature of the mnemonic seed patterns, which may have catalyzed—through some diffusion limited accumulation process—the formation of the patterns observed, no convincing hypothesis has yet emerged. Similarity of the second pattern above to patterns occurring in defense walls in Northern China suggests residual organic origins. This is emphatically denied by one of the junior researchers of the team [5].

### References

- [1] *Ordnance survey of the "Golden Triangle"*, SMC Stereographic Division, 1981.
- [2] J. Nuis, *Mededelingen CWI*, practically every issue.
- [3] B. Stonewall Jackson, *Destructive and nondestructive warfare*, Baltimore Quarterly 23(1789), 13 - 169.
- [4] M Proust, *Remembrance of things past*, Hermann, 1965.
- [5] I.-T. Yu So, *Mineralogical origins of structures in Northern China*, J. historic Restructuring 2(1972), 7 - 49



different Moiré pattern?



De ARR A I in zijn uiteindelijke opstelling, na verbouwing en opknappen van de behuizing van het MC aan de 2<sup>e</sup> Boerhaavestraat 49.

V.l.n.r. de voeding; M-register; A-register; S-register.  
Aan het bedieningspaneel zit Dineke Botterweg. Op het tafeltje in het midden de ponsbandlezer. De krachtstroomvoeding staat in het kamertje achter de deur.  
De  $\pm$  1200 relais zitten aan de achterkant van de machine.



**Stichting Mathematisch Centrum**

**Centrum voor Wiskunde en Informatica**

Postbus 4079 1009 AB Amsterdam  
Kruislaan 413 1098 SJ Amsterdam  
© (020) 592 9333 Telefax (020) 592 4199 Telex 12571

*Uw referentie* Liber Amiconum  
*datum*  
*Onze referentie*  
*datum* 22 november 1991  
*Telefoon*  
*E-mail*

Jan Nuis

Beste Jan,

Het is dan zo ver, na een aanloop van een jaar toch nog met de VUT. Is dit een felicitatie waard? Ik ben zeker van wel. Niet een felicitatie om het weg gaan bij de SMC, om het ophouden met werken, maar juist wel een felicitatie om al dat wat geweest is, wat gedaan en gebeurd is en een felicitatie om te genieten van wat komen gaat.

De eerste keer dat wij elkaar ontmoetten, was tijdens een vergadering van de ondernemingsraad. Die OR is de afgelopen vier en een half jaar steeds voor ons hét contactmiddel geweest. Vooral de vier jaar die ik gefungeerd heb als voorzitter van de raad hebben ons veelvuldig samen gebracht. Vaak tegenover elkaar, ieder aan een kant van de tafel, maar ondanks alle tegenstellingen en conflicten (en die zijn vaak genoeg hard geweest!), is er nooit ruzie ontstaan en is de sfeer altijd goed gebleven. Bij beide kanten was heel duidelijk het besef dat alleen door zakelijk en feitelijk de problemen aan te pakken, er oplossingen gevonden konden worden. Dat heeft vaak veel geduld gevraagd.

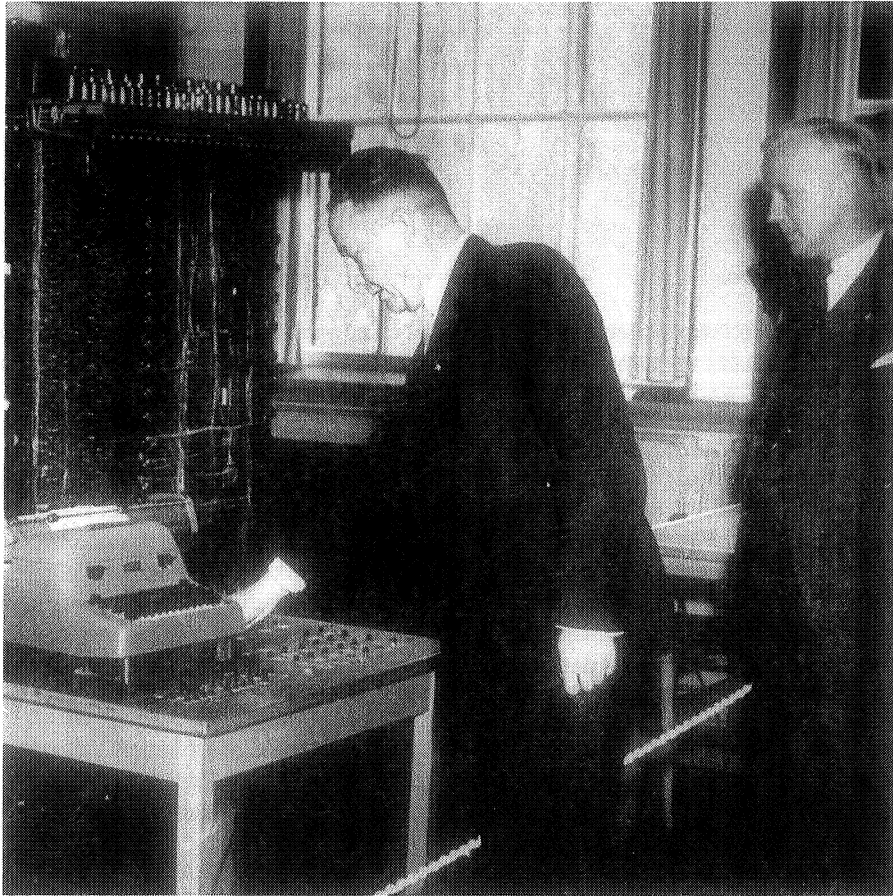
Gedurende zo'n tijd leert men elkaar kennen en waarderen. Je goede kennis van zaken, scherpe argumentatie en welgekozen bewoordingen hebben mij duidelijk gemaakt dat verschil van mening meer is dan welles-nietes tegen mekaar roepen. Daar is voor mij een duidelijke invloed van uit gegaan.

Natuurlijk heb je niet altijd dat resultaat gehaald waarop je gerekend of gehoopt had, de prettige verrassingen niet te na gesproken, maar de conclusie kan niet anders zijn dan dat het resultaat er mag zijn en daar is deze felicitatie duidelijk voor bedoeld.

Het einde is er. Je zult nu alles, en ik benadruk alles, achter moeten laten wat de SMC betreft. Je kunt niet meer terug. Je kunt ook niet meer terugkomen om de achterblijvers te vertellen hoe ze iets wel of juist niet moeten doen. Dat zal in het begin misschien pijn doen en zeker moeilijk zijn, maar de SMC zal zonder Jan Nuis verder moeten en dat zal wel lukken. Al zal dat misschien met vallen en opstaan gepaard gaan.

Jan, bedankt voor het geduld waarmee je de OR steeds weer tegemoet getreden bent. Ik hoop dat je veel plezier beleeft als VUT-ter en ik ben er van overtuigd dat je genoeg dingen te doen hebt om je tijd te vullen en, vooral, de dagelijkse beslommingen van de SMC heel snel te vergeten.

Frank Kuiper  
lid ondernemingsraad SMC



Op 21 juni 1952 opende minister F.J.Th. Rutten (O.K.&W.) officieel het vernieuwde MC en stelde de ARRA in gebruik. Hij mocht met één druk op de knop een programma in werking stellen dat random een serie getallen produceerde. "Na de opening is er, voor zover ik mij herinner, geen redelijke regel uitvoer meer geproduceerd", aldus Scholten. Rechts burgemeester D'Ailly van Amsterdam.

## Jan Nuis en het Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer

Ter opluistering van dit Liber Amicorum zou ik graag zeer beknopt de recente en jonge geschiedenis beschrijven van het Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer. De reden is simpel. Jij bent één van de twee statutaire oprichters van de Stichting Beheer WCW en was sedert de oprichting bestuurslid en van 1983 tot 1991 tevens voorzitter. Hoewel het een kleine neventaak betrof in je functie als directeur beheerszaken van het Mathematisch Centrum/CWI heb je als geen ander er voor geijverd de vele voorzieningen op het WCW te concentreren en in de bestuurlijke samenwerking het 'samenwerken' gestalte te geven.

Je vaderschap van het WCW kan haast niet anders dan een emotionele betrokkenheid impliceren bij het wel en wee van de opgegroeide spruit, bij enkelen tegen wil en dank. Die betrokkenheid was duidelijk merkbaar in het WCW-bestuur en het maakte voor mij in de ruim zevenjarige samenwerking je aanwezigheid daarin bijzonder waardevol.

De periode van voor 1984 laat zich goed citeren aan de hand van het eerste WCW voorlichtingsboekje. Daarin wordt uitvoerig aandacht besteed aan het WCW gebouwencomplex dat in deze periode door een gezamenlijke inspanning tot stand was gekomen. Met mijn voorganger Bob Schutte was je de initiator van de ZWO-coördinatiecommissie in de periode 1976-1981, waarin het huidige WCW complex zijn vorm kreeg. Uit deze periode die ik niet zelf als WCW-actor heb meegemaakt, citeer ik daarom graag enkele zinnen uit de toespraak van de toenmalige Minister van Onderwijs en Wetenschappen, dr. A. Pais, ter gelegenheid van de officiële opening van het WCW op 20 mei 1981: 'De maatschappij vraagt creatief onderzoek'.

*'De kernvraag is hoe onderzoekers die worden betaald uit gemeenschapsgelden, vrijwillig hun creativiteit mede weten in te zetten bij het strategisch lange termijn onderzoek dat nodig is om het economisch, cultureel en sociaal niveau van Nederland op peil te houden. Ik realiseer mij dat er in deze tijd vele problemen op de (universitaire) bestuursniveaus spelen. Echter, daar waar het om de bron van alle academische activiteit gaat -het onderzoek- is bijzondere aandacht geboden...*



Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

*Mijn verzoek om intense aandacht geldt wel in het bijzonder het Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer. Hier is sprake van een samenwerking die tot voorbeeld kan strekken. Zonder deze samenwerking en de inzet van alle betrokkenen zou het niet mogelijk zijn geweest een complex als dit -met zulke qua taakstelling verschillende instituten- te realiseren tussen 1976 toen de eerste besprekingen ten departemente plaatsvonden en vandaag.*

*Hierbij is een speciaal woord van waardering op zijn plaats voor de ZWO-coördinatiecommissie die als motor van het project heeft gefungeerd. Een motor die energiezuinig en kostenbewust is geweest. Het komt mij gewenst voor de samenwerking ook na het gereed komen van de bouw zoveel mogelijk te continueren.'*



*Dr. A. Pais, Minister van O&W en drs. J. Nuis directeur Beheerszaken SMC/CWI, ter gelegenheid van de officiële opening van het WCW.*

Deze samenwerking heb je in het WCW-bestuur vervolgens met veel élan gestimuleerd en uitgedragen. Daarbij hanteerde je het motto: 'Samenwerken is geven en nemen, maar laten we allen eerst maar geven'. Ik voelde mij na mijn toetreden in februari 1984 dan ook al snel thuis in het WCW-bestuur. De moeilijkste periode van je 'WCW-vaderschap' was toen trouwens al voorbij: actiegroepen, ME-bezettingen en de kinderziekten in de gemeenschappelijke voorzieningen. Het vervolg als zetbaas van ZWO was volgens sommigen corvee van baggeraars, projectontwikkelaars, volkstuinhouders, flora- en fauna-activisten en niet te vergeten het beheren van de gemeenschappelijke (sanitaire) voorzieningen.

Initiatieven werden door jou ontwikkeld voor samenwerking in strategische beleidszaken tussen de directies van de instituten op het Wetenschappelijk Centrum. Bestuurlijk overleg met gemeentelijke overheden, open dagen en bezoeken van nationale VIP's droegen er toe bij dat het WCW ook buiten de eigen vakgenoten 'naam' kreeg. Dit leidde er toe dat nieuwe groepen zich op het WCW vestigden. De onderzoeksgroepen van de Faculteit Wiskunde en Informatica van de UvA, RARE, SION, CHEAF, binnenkort gevolgd door de eerste bedrijfsvestigingen van het Science Park Amsterdam.

Het in 1988 goedgekeurde ontwikkelingsplan WCW van Amsterdam maakt nieuwe wetenschappelijke en bedrijfsvestigingen ook in de toekomst op de resterende terreinen mogelijk. Helaas is je wens een transitorium te bouwen om nieuwe wetenschappelijke vestigingen snel op te vangen niet gerealiseerd. Infrastructuur en algemene voorzieningen zijn wel uitgebreid en aangepast. De uitbreiding van de kantine en cafetaria faciliteiten voor het WCW, die tot jouw portefeuille in het WCW-bestuur behoren, komt hopelijk nog voor je vertrek gereed.

Als de voortekenen op het moment van schrijven correct zijn, maak je het ook nog mee dat er een openbaar vervoer verbinding met het WCW tot stand is gekomen. Lijn 66 komt voor jezelf echter wel wat laat als woon-werk-verbinding.

Ook je initiatieven voor de tentoonstellingen van kunstenaars in de WCW-kantine heb je al die jaren volgehouden. Je oog voor detail kwam regelmatig ook ten aanzien van het WCW naar voren. Ik herinner me een bespreking enkele jaren geleden in de NIKHEF vergaderkamer. Plotseling stond je op en wees me op de verkleurde

ondertekening van Minister Pais op de openingsoorkonde die er hing. Ik kon er niet onderuit en heb deze snel laten retoucheren.

Samenvattend kan ik echter vaststellen dat je een WCW complex achterlaat waar nog jaren na je afscheid de sporen van je vaderschap zijn te herkennen.

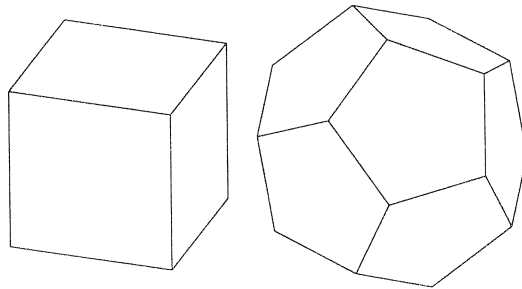
Jan, langs deze weg mijn welgemeende dank voor zeven jaar samenwerking in het WCW bestuur en ook als collega van ons nabuurinstituut. Ik hechtte zeer aan jouw kritische oordeel als een bijzonder gewaardeerd, integer en sympathiek collega.

Mijn beste wensen voor jou en je echtgenote.

Jan Langelaar  
(Beherend Directeur NIKHEF)

Inleiding

De bovenstaande titel, naar een bekend voorbeeld, geeft de sfeer aan van deze bijdrage tot het liber amicorum van Jan Nuis. Lang geleden was Jan nauw betrokken bij de contacten welke M.C. Escher met het MC, toen nog in de tweede Boerhaavestraat, had. Jan woonde in Purmerend, in de buurt van een blikfabriek waarvoor Escher ooit een koekdoos ontworpen had. Jan's goede contactuele eigenschappen brachten hem op het spoor van nog een paar overgebleven exemplaren ergens achterin de magazijnen, en zo wist hij een paar MC-ers, waaronder ondergetekende, een groot plezier te doen met wat toen alleen maar een leuke doos was maar nu een gezocht verzamelobject is geworden. Terwijl ik dit stuk schrijf, op de computer uiteraard, zie ik het staan temidden van andere kristalachtige objecten, de vijf Platonische lichamen of regelmatige veelvlakken van de stereometrie. Een paar zijn hieronder afgebeeld. De doos van Escher is overigens een regelmatig twaalfvlak, op Escheriaanse wijze versierd met schelpen en zeesterren.



Escher werkte nog zonder computer, moeizaam tekende hij zijn kunstige patronen, vaak gesteund door wiskundige overwegingen. Met een computer zou hij misschien tot veel meer in staat geweest zijn, of ook niet. Een moderne computerfanaat is echter in staat om op zijn beeldscherm een grote variëteit van Escherachtige patronen te voor-

schijn te roepen. Nodig is slechts enige wiskundige achtergrond, programmmeerervaring en natuurlijk wat fantasie. Technische arbeid, voor Escher nog een tijdrovende zaak, wordt door de computerslaaf verricht en een laserprinter maakt de mooiste afdrukken in elke gewenste hoeveelheid. Jan Nuis heeft deze hele ontwikkeling meegemaakt, van eenvoudig wiskundig en grafisch handwerk tot een door computers gestuurde organisatie waarin wiskunde en informatica hand in hand gaan.

In deze bijdrage behandelen we een onderwerp dat laat zien hoezeer wiskunde en computergraphics elkaar nodig hebben om tot resultaten te komen. Het gaat om het afbeelden van een ruimtelijk object op het vlakke computerscherm, precies het probleem waarmee Escher zich voortdurend mee bezighield. Het is hier niet de plaats voor een gedetailleerde en algemene verhandeling over de problematiek van "hidden line removal". Liever richten we de aandacht op een heel concreet probleem, namelijk hoe kunnen we op het beeldscherm van een computer een realistische afbeelding, een projectie, krijgen van een ruimtelijk voorwerp waarbij alleen datgene getoond wordt wat van een bepaalde gezichtshoek uit zichtbaar is. We beperken ons daarbij tot een object dat gevormd wordt als een combinatie van een kubus en een oktaeder, twee polaire Platonische lichamen. Gaan we uit van een kubus dan vormen de centra van de zes zijvlakken de hoekpunten van een regelmatig achthoek. Wordt dat achthoek vanuit het gemeenschappelijke centrum vergroot, bijvoorbeeld met de factor 2, dan ontstaat een fraai sterachtig lichaam dat afgebeeld is aan het einde van deze bijdrage. Tevens wordt daar een verwant sterachtig lichaam getoond, een polaire combinatie van twee tetraëders.

Ik weet niet wat Jan later nog zal doen, maar bezig zal hij wel blijven. Ik ken verscheidene gepensioneerden die zich tot actieve, om niet te zeggen fanatieke, computeraars hebben ontwikkeld en die de steunpilaren zijn geworden van hobbyclubs. Hoe het ook zij, ik heb me in deze bijdrage tot taak gesteld iets uit de wereld van CAD/CAM met de professionele methoden van

computer graphics, in de huiskamer te brengen, misschien wel de huiskamen van Jan.

#### Hidden line removal

Een van de centrale problemen bij het weergeven van ruimtelijke objecten als in CAD/CAM is het onderdrukken van onzichtbare lijnen. Er is reeds veel over gepubliceerd en verschillende methoden zijn daartoe voorgesteld en geïmplementeerd. Maar bij elke methode moet steeds fors gerekend worden, zoveel dat ingewikkelde objecten voor een "gewone" computer nauwelijks hanteerbaar zijn. Toch is thuis met een snelle moderne computer, uitgerust met bijvoorbeeld een 80386 processor en een bijbehorende coprocessor, in klein bestek nog veel mogelijk.

Een enkel convex veelvlak, een dodekaëder of de koekdoos van Escher, geeft de minste problemen. We stellen ons voor dat het veelvlak ten opzichte van een ruimtelijk coördinatenstelsel in coördinaten is vastgelegd, en dat de z-as loodrecht op het beeldscherm staat met de positieve as naar ons toe. Deze is tevens de kijkrichting. Aan elk zijvlak voegen we een normaalvector toe welke naar buiten gericht is. Een zijvlak dat van ons afgekeerd is, en bij projectie dus onzichtbaar is, wordt gemarkeerd door een negatieve z-component van de bijbehorende normaalvector. Dat geeft een eenvoudige toets om bij een willekeurige stand van het veelvlak de eventuele onzichtbaarheid van een zijvlak vast te stellen.

Zodra er minstens twee convexe veelvlakken aanwezig zijn hebben we te maken met een gedeeltelijke bedekking van het ene veelvlak door het andere en met een eventuele doordringing van onderlinge zijvlakken waardoor er nieuwe hoekpunten en ribben kunnen ontstaan. Om dat probleem op te lossen maken we gebruik van het beperkt oplossend vermogen van het beeldscherm. In de VGA norm zijn er 640\*480 pixels aanwezig. Op zijn ergst kan elk van deze pixels een beeldpunt zijn van de te vormen projectie, maar in de praktijk is de figuur beperkt tot een deelrechthoek van

het totale beeldscherm. Hoewel een groot deel van ons betoog een algemenere strekking heeft beperken we ons tot het hier afgebeelde object dat gevormd is uit een kubus en een oktaëder.

Ten opzichte van een standaard coördinatenstelsel denken we de hoekpunten van de kubus vastgelegd als  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$  en die van het achthoekvlak als  $(\pm a, 0, 0), (0, \pm a, 0)$  en  $(0, 0, \pm a)$  waarbij  $a$  een nader te bepalen getal is. De figuur is daardoor voldoende vastgelegd. De gezichtshoek verwerken we door het object te onderwerpen aan een tweetal ruimtelijke draaiingen, zodanig dat de kijkrichting als  $z$ -as loodrecht op het beeldscherm staat. Een willekeurige pixel correspondeert dan met een rechte lijn die mogelijk een of meer van de zes plus acht zijvlakken passeert. Laten we aannemen dat er aldus een aantal snijpunten  $S_1, S_2, S_3, \dots$  zijn. Bij elk snijpunt behoort een rangnummer van een der 14 zijvlakken en een  $z$ -coördinaat. Het snijpunt waarvoor die  $z$ -waarde maximaal is vertelt ons welk zijvlak op die positie het meest naar voren ligt en dus zichtbaar is. Het rangnummer van dat zijvlak voegen we als attribuut aan de gebruikte pixel toe. Voeren we deze procedure uit voor alle pixels van een rechthoek welke de te vormen projectie bevat dan behoort bij elke pixel van die rechthoek een attribuut dat van 0 tot 14 kan lopen. Vertalen we het attribuut als een kleurenwaarde dan ontstaat vanzelf een plaatje van de kristalvorm waarin elk zijvlak zijn eigen kleur kan krijgen.

#### Wiskundige uitwerking

Bij de wiskundige uitwerking van dit schema zijn er een aantal deelproblemen welke we nu de revue laten passeren.

Om het af te beelden lichaam in de gewenste stand te brengen moeten afhankelijk van de gezichtshoek twee ruimtelijke draaiingen uitgevoerd worden resp. om de  $x$ -as en de  $y$ -as. In principe zijn dat eenvoudige coördinatentransformaties van het type

$$\begin{aligned}y' &= y \cos(\alpha) - z \sin(\alpha), \\z' &= y \sin(\alpha) + z \cos(\alpha).\end{aligned}$$

We herhalen nog even dat bij de projectie van het lichaam op het beeldscherm de x-as en de y-as zich in of evenwijdig aan het beeldvlak bevinden en dat de positieve z-as er loodrecht op naar de toeschouwer gericht is.

Het volgende probleem is om te onderzoeken of een verticale lijn  $x=x_0$ ,  $y=y_0$  een snijpunt bezit in het convexe vlakstuk dat begrensd wordt door een polygoon met drie of meer hoekpunten. Het is daartoe voldoende om alleen op de projectie van die veelhoek op het beeldscherm te letten. Gaat het bijvoorbeeld om een vierhoek met de projectie  $P_1P_2P_3P_4$  dan moet het punt  $P_0$  met de coördinaten  $x_0, y_0$  zich in het inwendige bevinden. De voorwaarde daartoe is dat de vier determinanten gevormd uit de x,y-coördinaten van  $P_0$  en van telkens twee hoekpunten:

$\det(P_0P_1P_2)$ ,  $\det(P_0P_2P_3)$ ,  $\det(P_0P_3P_4)$ ,  $\det(P_0P_4P_1)$   
hetzelfde teken bezitten.

In het hier beschouwde probleem moet in principe de toets voor elke pixellijn op alle 14 zijvlakken uitgevoerd worden. Maar zijvlakken die zelf al onzichtbaar zijn, dus waarvan de normaalvector een negatieve z-component heeft, kunnen daarbij overgeslagen worden, en dat scheelt al meteen de helft.

Zodra een pixellijn een van de zijvlakken inwendig treft moet er verder gerekend worden, en moet van het ruimtelijke snijpunt ook de z-coördinaat berekend worden. Dat gaat met behulp van

$$z \det(P_1P_2P_3) = z_1 \det(P_0P_2P_3) + z_2 \det(P_0P_3P_1) + z_3 \det(P_0P_1P_2)$$

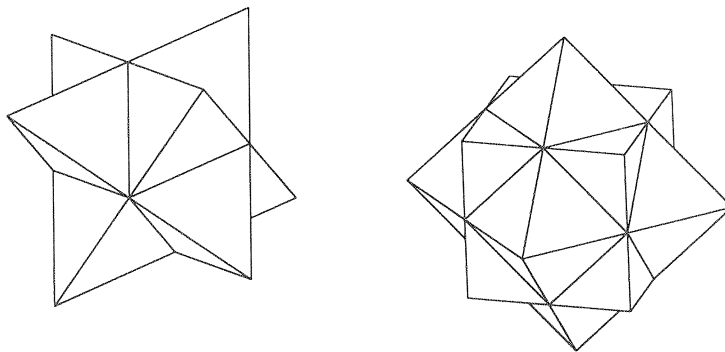
Zijn er een zeker aantal snijpunten dan kennen we aan de pixel het rangnummer van het zijvlak met de grootste z-waarde, dus met het meest naar ons toe gelegen snijpunt, als attribuut toe. Bij de administratie van de nodige data welke zich aan het begin van het computerprogramma bevindt kunnen de 14 zijvlakken naar believen van rangnummers voorzien worden en kunnen we aan die rangnummers kleuren toekennen. Uiteindelijk bepalen we voor elke pixel binnen een gegeven rechthoek aldus een kleur, zwart of de achtergrond wanneer er geen snijpunt is of de kleur welke bij het meest naar voren gelegen vlakstuk behoort.



Zoals wel te verwachten is neemt het rekenwerk zoveel tijd in beslag dat afhankelijk van de grootte van de projectie met een flink aantal minuten tot iets in de orde van een uur rekening gehouden moet worden. Wanneer we van het object alleen de ribben wensen te tekenen gaat het veel sneller. In beginsel kunnen we de toetsen pixels beperken tot die welke op de projectie van ribben en snijlijnen van kubus en achthoek liggen. De 12 ribben van de kubus en de 12 ribben van het achthoek geven de minste problemen. Het is ook niet moeilijk daarvan alvast die ribben uit te zonderen welke zelf onzichtbaar zijn. Wel een wiskundig probleempje vormen de snijlijnen van telkens een zichtbaar kubusvlak en een zichtbaar achthoekvlak. Daarbij moet telkens de positie van de snijlijn berekend worden en moet nagegaan worden of een deel van de snijlijn zich binnen het gebruikte beeldvenster bevindt.

Omdat het rekenwerk nu veel geringer is kost het programma ook veel minder tijd, iets van een paar minuten. Een kleine variant van het programma is gebruikt om het plaatje met behulp van een laserprinter af te drukken, iets wat zich binnen een minuut afspeelt.

Aldus wordt Jan Nuis de mogelijkheid geboden met Platonische lichamen op Escheriaanse wijze te stoeien. Veel tijd behoeft het niet te kosten, veel minder dan Escher nodig had!



Hans Lauwerier

## Wiskunde voor 60<sup>+</sup> en ouder.

Wie, als trouwe bezoeker, in de kantine op zoek gaat naar een passende zitplaats, zal zo nu en dan stuiten op één of meer keurig gedekte tafels. Zijn ogen zullen rusten op de talrijke schalen weliswaar afgedekt met plastic maar toch voldoende doorzichtig om te kunnen vaststellen dat de inhoud de vergelijking met zijn eigen keuze glansrijk kan doorstaan.

Hoe nijpend het tekort aan zitplaatsen ook moge zijn, eerder zal hij aanschuiven bij lieden van een hem volledig onbekend project dan één van die gewijde tafels met zijn platje onteren. Dat die tafels gewijd zijn daarover bestaat geen twijfel. Niet gewijd, gelijk offertafels, aan illustere voorgangers in het vakgebied in de hoop dat zij als tegenprestatie op paranormale wijze inzicht zullen verschaffen in een nog ontbrekende stap in een bewijs, maar gewijd aan de in de stichtingsacte gedane belofte de beoefening en de toepassing van de wiskunde te zullen bevorderen.. Het is kortzichtig te denken dat alleen een zwartbord daarbij behulpzaam kan zijn. Ook een witbord kan een bijdrage leveren mits het geplaatst wordt in een passende omgeving en aan die voorwaarde wordt ruimschoots voldaan.

Wie het geduld opbrengt om de bevordering aan zijn eigen ogen te zien voltrekken, wordt getuige van een schouwspel dat voor menig dictatoriaal regime de voorbode was van een gewelddadig einde. De inmiddels tot ver buiten de kantine gegroeide rij hongerigen moet wijken om doortocht te verlenen aan een groep bevoorrechten, welke ongehinderd afstevent op de veel belovende tafels. De gastheer, die zich aan het hoofd van de tafel heeft opgesteld, spreidt z'n armen alsof hij de begrenzing wil aangeven waarbinnen de veiligheid kan worden gegarandeerd en zegt kortaf: "Heren". Bij dit toverwoord gaat een ieder zitten, ook de eventuele dames in het gezelschap, en snellen de diensters toe met koppen soep of warme croquetten.

Het is een kwestie van oefenen om vast te stellen op welk terrein en voor welke doelgroep de bevordering plaats vindt. De specialisatie laat zich eenvoudig raden door de samenstelling van de CWI-delegatie. Met betrekking tot de doelgroep kan men het volgende stellen. Als er geen kleding onderscheid is en de voorafgaande discussie wordt voortgezet, zonodig ondersteund door tekeningen en formules op papieren servetjes dan kan men er zeker van zijn dat de banden met de universitaire collega's worden aangehaald. Geldt daarentegen dat de gasten beter in het pak zitten, verraadt de teint een langdurig verblijf op de tennisbaan en wordt een kwinkslag prompt met een gulle lach beloond, dan dient de spijziging een betere relatie met het bedrijfsleven.

Wie dit gade slaat kan zich met zorg afvragen of het CWI strategisch gezien op de goede weg is. Natuurlijk kan de boog niet altijd gespannen zijn en toegegeven een enkele observatie in de kantine is onvoldoende om zich een oordeel te kunnen vormen over de andere onderdelen van het werkbezoek, maar desondanks één ding is fundamenteel mis: de leeftijdsgroep 60<sup>+</sup> en ouder is duidelijk ondervertegenwoordigd!

Dit is opmerkelijk omdat deze categorie in de bevolkingsopbouw een steeds dominantere positie gaat innemen. Met als gevolg niet alleen een verschuiving binnen de maatschappelijke machtsverhoudingen, maar ook andere opvattingen over het ouderzijn. Kon indertijd de 60<sup>+</sup>-er van

Ommen, torsend in weer en wind met een - voor de raad van beheer bestemde - doos belegde broodjes, vaststellen: "Zij daarboven denken wat oud is moet eerst op", thans doet de mening opgeld "het leven begint bij 60".

Door een combinatie van niet-roken, bruinbrood en vroeg naar bed is een type 60<sup>+</sup>-er ontstaan, die niet alleen in de daluren de trein, bus en het terrasje bezet, maar ook in het voor- en naseizoen heer en meester is over de vrije natuur.

De grote vraag is of de bestuurlijke bovenlaag van het CWI deze veranderingen heeft opgemerkt en zo ja op welke wijze zij in dit gat in de markt denkt te kunnen springen. Het moet een ieder duidelijk zijn dat deze nieuwe ontwikkeling ongekende mogelijkheden biedt en subsidiekranen opent die voorheen onbereikbaar waren. Het enige wat te doen staat is op een overtuigende wijze aantonen dat de wiskunde en de informatica de kwaliteit van het leven van een 60<sup>+</sup>-er aanmerkelijk kan verhogen. Een tweetal aan deze notitie toegevoegde voorbeelden toont aan dat althans de wiskunde daartoe de mogelijkheden bezit. Een onderwijs- en onderzoeksprogramma speciaal afgestemd op de wensen en behoeften van de nieuwe doelgroep is dus van een groot maatschappelijk belang.

Hoe gemakkelijk de buitenwereld gewonnen kan worden voor deze historische heroriëntatie, hoe moeilijk het zal zijn om het verzet intern te breken. Het seniorenconvent zal ongetwijfeld beweren dat het op voorhand niet zeker is of deze vorm van bejaardenzorg wel zal leiden tot veel nieuw fundamenteel onderzoek. Het eerste voorbeeld moge deze onzekerheid wegnemen; het boodschappendoen-probleem heeft een hogere moeilijkheidsgraad dan welk ravitailleringprobleem in het bedrijfsleven ook. Ongetwijfeld zal er ongerustheid ontstaan over de normen die de wetenschapscommissie zal gaan hanteren m.b.t. de gerontologische betekenis van de voor te stellen projecten. Ook dan zullen jonge medewerkers er op wijzen dat hun inziens de wiskunde-kwaliteit van het verrichte onderzoek voorop moet staan en niet de omvang van het opgebouwde relatie circuit binnen de bedoelde doelgroep. Overigens treedt men met een 60<sup>+</sup>-er gemakkelijker in contact dan met een door secretaresses afgeschermd topfunctionaris in het bedrijfsleven.

Het is aanbevelenswaardig om bij het opstellen van een programma voor 60<sup>+</sup> en ouder de betrokkenen zelf te betrekken. Een derde brainstormingsbijeenkomst in Noordwijk is wellicht een goede start. Het is verstandig deze bijeenkomst niet te laten samenvallen met de schoolvacantie, omdat menig gesprekspartner voor die periode reeds de zorg voor poes en cavia op zich heeft genomen. Hier onder volgen een tweetal voorbeelden waaruit moge blijken dat de Mathematische besliskunde aan het beoogde programma een bijdrage kan leveren.

### De 60<sup>+</sup>-er en het boodschappendoen-probleem.

De praktijk wijst uit dat, zodra het werk niet meer roept, de huishoudelijke taken worden herverdeeld. De voormalige werknemer opteert dan meestal voor het doen van boodschappen. Het probleem van het optimaal boodschappen doen is in de terminologie van de complexiteitstheorie NP-compleet en dus moeilijk als het om een groot aantal boodschappen gaat. De moeilijkheid begint al bij de keuze van

het optimaliteitskriterium. Men kan kiezen tussen de totale boodschappendoentijd of de totale te verrichten inspanning (tijdsgewicht tas). In dit voorbeeld is gekozen voor de totale boodschappendoentijd; het andere criterium vraagt slechts een "kleine" aanpassing. Indien de inkopen worden gedaan in een winkelcentrum, zoals aangenomen, dan is het gebruikelijk de auto te parkeren op een centrale plaats. De optimale parkeerplaats volgt uit de berekening van de minimale boodschappendoentijd voor ieder van de mogelijke kandidaten afzonderlijk.

De mogelijkheid om de auto tijdens het inkopen te verzetten kan in de probleemstelling worden opgenomen.

Bij een schaarste aan parkeerplaatsen kan men voor de keuze gesteld worden: rondrijden of ver weg parkeren. Dit dilemma kan worden opgelost door de kleinste verzameling van acceptabele parkeerplaatsen te bepalen, met de eigenschap dat voor elke parkeerplaats buiten de verzameling de boodschappendoentijd langer duurt dan de -voor de verzameling berekende- verwachte rondrij en boodschappendoentijd. De boodschappen zullen worden gedaan in één of meer routen beginnende en eindigende bij de geparkeerde auto. Aan het begin van elke route kan men zich voorzien van een andere tas en zonodig de parkeermeter bijvullen.

In dit voorbeeld staan de boodschappen op "onaantastbare" boodschappenlijstjes per branche (slager, bakker, supermarkt). Het is dus niet toegestaan om een boodschap op het lijstje van de drogist in een supermarkt te doen. Wel is men vrij in de keuze van een leverancier binnen de branche. Als de boodschapper kan aangeven hoeveel het hem waard is één tijdseenheid korter boodschappen te doen, dan kunnen de prijsverschillen tussen de leveranciers in het criterium worden opgenomen.

Hieronder volgt de wiskundige formulering van het probleem. Het zoeken naar een oplossingsmethode of een passende heuristiek wordt aan de lezer overgelaten.

N.B. Met het oog op de ongetwijfeld omvangrijke hoeveelheid rekenwerk is het niet onredelijk de huisvrouw te verzoeken om het boodschappenlijstje enige dagen van te voren in te leveren.

Notatie:

$i$	= 1	parkeerplaats
$C_{ij}$	=	tijdsafstand tussen leverancier $i$ en leverancier $j$
$C_j$	=	de verwachte boodschappendoentijd bij leverancier $j$
$A_\ell$	=	verzameling van leveranciers behorende tot branche $\ell$
$a_j$	=	aantal $dm^3$ bij leverancier $j$ in te kopen goederen
$b_j$	=	aantal $dm^3$ bij leverancier $j$ terug te brengen flessen
$M_t$	=	capaciteit in $dm^3$ van tas $t$
$L$	=	aantal verschillende branches (tevens bovengrens van het aantal routen)
$N$	=	aantal leveranciers in het winkelcentrum
$T$	=	aantal tassen

Variabelen:

$x_{ij}^r$	= 1	van leverancier $i$ regelrecht naar leverancier $j$ in route $r$ .
	= 0	anders

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

$Y_{ri}$	$\begin{matrix} 1 \\ = \\ 0 \end{matrix}$	leverancier i ligt op route r anders
$Z_{ij}^r$	$=$	aantal nog te bezoeken leveranciers op route r onderweg van $i \rightarrow j$
$V_j^r$	$=$	nog beschikbare ruimte in $\text{dm}^3$ bij vertrek van leverancier j op de route r
$Y_{r1}$	$\begin{matrix} 1 \\ = \\ 0 \end{matrix}$	de route r is in gebruik anders
$\delta_{rt}$	$\begin{matrix} 1 \\ = \\ 0 \end{matrix}$	tas t wordt gebruikt op route r anders

### Wiskundige formulering.

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^L C_{ij} X_{ij}^r + \sum_{r=1}^L \sum_{j=1}^N C_j Y_{rj}$$

onder

$$\sum_{j=1}^N X_{ij}^r - Y_{ri} = 0 \quad \text{als } i \text{ op de route } r \text{ ligt dan wordt } i \text{ verlaten } (i=1\dots N) \\ (r=1\dots L)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ij}^r - Y_{rj} = 0 \quad \text{als } j \text{ op de route } r \text{ ligt wordt } j \text{ bezocht. } (j=1\dots N) (r=1\dots L)$$

$$\sum_{r=1}^L \sum_{j \in A_\ell} Y_{rj} = 1 \quad \text{een leverancier uit branche } \ell \text{ wordt bezocht. } (\ell=1\dots L)$$

$$V_j^r \leq V_i^r + b_j - a_j + G(1 - X_{ij}^r) \quad (i, j = 1, \dots, N) (r=1\dots L) \\ \text{als } i \rightarrow j \text{ dan geldt dus: } V_j^r = V_i^r + b_j - a_j \quad (r=1\dots L)$$

$$V_j^r \geq V_i^r + b_j - a_j - G(1 - X_{ij}^r) \quad (i, j = 1, \dots, N) (r=1\dots L) \\ \text{als } i \not\rightarrow j \text{ dan zijn de voorwaarden vervuld.}$$

$$V_1^r = \sum_{t=1}^T \delta_{rt} M_t - \sum_{j=2}^N Y_{rj} b_j \quad (r=1\dots L) \quad V_1^r \text{ geeft de vrije ruimte in de tas(sen) aan bij} \\ \text{vertrek op parkeerplaats } i=1 \text{ en } G \text{ een zeer groot getal.}$$

$$\sum_{r=1}^L \delta_{rt} \leq 1 \quad (t=1, \dots, T) \quad \text{tas } t \text{ kan hoogstens aan één route worden} \\ \text{toegewezen.}$$

$$\sum_{j=1}^N Y_{rj} \leq Y_{r1} \leq \sum_{j=2}^N Y_{rj} \quad \text{route } r \text{ bestaat d.e.s.d. als er leveranciers aan die route zijn} \\ \text{toegewezen. } (r=1\dots L)$$

$$\sum_{i=1}^N z_{ij}^r - \sum_{k=1}^N z_{jk}^r = Y_{rj} \quad (j=2\dots N)$$

$$z_{ij}^r \leq (N-1)X_{ij}^r \quad (i,j=1,\dots,N)$$

$$\sum_{j=1}^N z_{1j}^r = \sum_{j=2}^N Y_{rj} \quad (r=1,\dots,L) \text{voorwaarden noodzakelijk voor het ontstaan van}$$

routen die beginnen en eindigen in de parkeerplaats 1.

$$X_{ij}^r, Y_{rj}, \delta_{ri}, \delta_r = 0.1 \quad z_{ij}^r, v_j^r \geq 0 \text{ en geheel.}$$

### De 60<sup>+</sup>-er in de regen.

Op de momenten dat Nederland in vergadering bijeen is, kan de 60<sup>+</sup>-er volop genieten in de vrije natuur. Het is verstandig bij het uitstippelen van een wandeling rekening te houden met de mogelijkheid van regen. Kan men in een bos tijdens een bui zijn toevlucht zoeken onder een boom. In het open veld moet men kiezen tussen hollen of stilstaan. In Statistica Neerlandica (1976-4) heeft Prof Jacob Wijngaard (TUE) zich afgevraagd bij welke snelheid men het minst nat wordt. Wijngaard onderscheidt drie gevallen:

- 1) het blijft regenen
- 2) een bui
- 3) meerdere buien

Voor het derde geval wordt de lezer verwezen naar het eerder genoemde artikel. Voor de eenvoud wordt aangenomen dat:

- a) de mens balkvormig met afmetingen  $d(\text{ikte}) < b(\text{reedte}) < l(\text{engte})$
- b) de regen valt loodrecht naar beneden met snelheid  $V_r$
- c) de afstand tot het dichtstbijzijnde schuilpunt gelijk is aan a.
- d) de maximale snelheid van de wandelaar  $w$  bedraagt
- e) de tijdsduren van buien (geval 2) negatief exponentieel verdeeld zijn met gemiddelde  $1/\lambda$ .

Wijngaard komt nu tot de volgende verrassende conclusie:

- 1) Als het blijft regenen dan wordt de nattigheid op de bovenkant hoofd en schouders) gegeven door  $V_r/V$  d.b.a, waarbij  $V$  de door de wandelaar gekozen snelheid is. Indien men het hoofd droog wil houden dan kan men dus het beste hollen met de maximale snelheid  $w$ . De nattigheid op de voorkant is gelijk l.b.a en dus *onafhankelijk* van de eigen snelheid.
- 2) Bij een bui is het verstrekte advies afhankelijk van de nog af te leggen afstand  $a$  tot een schuilplaats.  
Geldt voor die afstand:

$$a < \frac{w}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{V_r d}{w l}\right),$$

dan moet de wandelaar hollen met maximale snelheid  $w$   
Geldt daarentegen

$$a \geq \frac{w}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{V_r d}{w l}\right),$$

dan kan de wandelaar beter stilstaan.

Dit resultaat is speciaal van belang voor die 60<sup>+</sup>-er, welke op zoek is naar een wandelpartner. De mogelijkheid van een bui beperkt zijn of haar keuze. Het spreekt van zelf dat, als er gehold moet worden, bij een gelijke maximum snelheid w de eenheid behouden blijft. Het "samen uit en samen thuis" -principe wordt het minste geweld aangedaan, als voor beiden ook de conclusie hollen of stilstaan dezelfde is. Dit betekent dat men moet uitzien naar een partner met gelijke verhouding d/l (dikte/lengte). Wie dit weet, ziet niet zonder zorg menig paar op weg gaan.

Gijs de Leve.  
September 1991

Wie het weet mag het zeggen.

J. van de Lune  
CWI, Afdeling AM

Het is niet ongebruikelijk iemand bij een bijzondere gelegenheid een 'aardigheidje' aan te bieden. Het afscheid van Jan Nuis, als directeur beheerszaken van het MC/CWI, stelt mij dan ook voor de (toch altijd wat lastige) taak een passend presentje uit te zoeken.

Er van uitgaande dat een cadeautje in ieder geval aan moet sluiten bij de smaak van de gever, ben ik er toe gekomen voor deze gelegenheid enkele 'experimentele' vraagstukken te componeren, en deze aan Jan, en allen die met hem meelesen, voor te leggen.

Zij  $\alpha$  een reëel getal en definieer

$$S_N(\alpha) = \sum_{n=1}^N (-1)^{[n\alpha]}, \quad (N = 1, 2, 3, \dots)$$

waarbij voor reële  $x$ , zoals gebruikelijk,  $[x]$  het (enige) gehele getal is dat voldoet aan  $x - 1 < [x] \leq x$ . Volgens de definitie van de entier functie  $[x]$  is  $[n\alpha]$  dus altijd geheel en bijgevolg of *even* of *oneven*. Men ziet dat  $S_N(\alpha)$  een soort boekhoud-machientje is dat cumulatief bijhoudt hoe het staat met de pariteit van  $[n\alpha]$ , ( $1 \leq n \leq N$ ).

Als  $\alpha$  *irrationaal* is en  $N$  groot, dan ligt het in de verwachting dat  $S_N(\alpha)$  opgebouwd is uit 'ongeveer evenveel plussen als minnen', en dat  $S_N(\alpha)$ , als functie van  $N$ , daarom wel 'niet al te groot' zal kunnen worden.

Laten we  $\alpha = \sqrt{2}$  eens wat nader bekijken. Ik stel voor om die waarden van  $N$  te registreren en op te slaan in een rij  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , waarvoor  $S_N(\alpha)$  of groter of kleiner is dan alle  $S_M(\alpha)$  met  $M < N$ . Iets informeler gezegd: voor  $N = a_k$  gebeurt er iets nieuws met  $S_N(\alpha)$ .

Voor  $\alpha = \sqrt{2}$  geven we hieronder het beginstuk van de rij  $a_1, a_2, a_3, \dots$  en de bijbehorende  $S_N(\alpha)$  weer.

Hierbij houden we ons aan de conventies  $a_0 := 0$  en  $S_0 := 0$ .

$N$	1	3	8	20	49	119	288	696	1681
$S_N$	-1	1	-2	2	-3	3	-4	4	-5

Vrijwel niemand zal de volgende regelmaat ontgaan

$$a_{k+1} = 2a_k + a_{k-1} + 1$$

en

$$S_{a_{2k-1}}(\alpha) = -k, \quad S_{a_{2k}}(\alpha) = k$$

voor alle  $k \geq 1$ .



Gevraagd wordt aan te tonen (of te weerleggen) dat voor  $\alpha = \sqrt{2}$  de bovenstaande recurrente betrekking voor  $a_k$  en de formules voor  $S_{a_k}$  algemeen geldig zijn voor  $k \geq 1$ .

Indien men er in slaagt de juistheid van deze formules aan te tonen dan zal men er ook wel in slagen te bewijzen dat (voor  $\alpha = \sqrt{2}$ )

$$\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(\alpha)}{\log N} = \frac{1}{2 \log(1 + \sqrt{2})}$$

en

$$\liminf_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(\alpha)}{\log N} = \frac{-1}{2 \log(1 + \sqrt{2})}.$$

Aan hen die inmiddels de smaak te pakken hebben gekregen wordt verder gevraagd het bovenstaande (indien mogelijk) te generaliseren voor

$$\alpha := \alpha_m := \sqrt{(2m-1)^2 + 1}, \quad (m \geq 1 \text{ en geheel}).$$

Verdergaande generalisaties worden aan de lezer over gelaten.

We gaan nog een stap verder.

Fixeer een natuurlijk getal  $m$  en definieer  $\alpha := \alpha_m := \frac{e^{1/m} - 1}{e^{1/m} + 1}$ .

(Merk op dat al deze  $\alpha$ 's transcendent zijn.)

In dit geval geldt voor de rij  $a_1, a_2, a_3, \dots$  (die van  $m$  afhangt)

$$a_k = k \quad \text{voor } 1 \leq k \leq 2m,$$

$$a_k = 2(4mr - m + 1)a_{k-1} - a_{k-2} \quad \text{als } k = 4mr^2 - 2mr + 1, \quad (r \geq 1)$$

en

$$a_k = 2a_{k-1} - a_{k-2} \quad \text{als } k \neq 4mr^2 - 2mr + 1, \quad (r \geq 1).$$

Verder hebben we (voor alle  $m$ ) de merkwaardige ongelijkheid

$$S_N(\alpha_m) \geq 0 \quad \text{voor alle } N \geq 1$$

en is voor elke  $m$  het quotiënt

$$\frac{S_N(\alpha_m)}{\log N} \quad \text{niet begrensd als } N \rightarrow \infty.$$

Gevraagd wordt deze beweringen te bewijzen (of te weerleggen).

Verder geef ik nog ter overweging ook eens te kijken naar  $\alpha$ 's van de vorm  $e^{1/m}$ ,  $e^{-1/m}$  en  $1/(e^{1/m} - 1)$ .

Zouden voor deze  $\alpha$ 's de rijen  $\text{sign}(S_N(\alpha))$ , ( $N = a_1, a_2, a_3, \dots$ ) allemaal periodiek zijn met periode 4?

Tenslotte, wat neemt men waar bij de rijen  $\text{sign}(S_N(\alpha))$ , ( $N = a_1, a_2, a_3, \dots$ ), als  $\alpha = m(e^{1/m} - 1)$ ?

Veel succes toegewenst !

## Jan Nuis, 1 augustus 1964 - 30 november 1991

*W.J. Mol, CWI*

Op de laatste dag van november 1991 eindigt door vrijwillige uit-treding de loopbaan van Jan Nuis als werknemer van de Stichting Mathematisch Centrum. Begonnen als wetenschappelijk medewerker bij de afdeling Toegepaste Wiskunde is hij via het coördinatorschap voor de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam en de functie van adjunct-directeur opgeklommen tot de positie van directeur beheerszaken. Zijn carrière heeft zich ontwikkeld in een tijdsbestek van ruim 27 jaren. Om het meer te preciseren in 327 maanden hetgeen gelijkwaardig is met 7.130 werkdagen. De officiële diensttijd van Jan bedraagt 54.386 uren ofwel 3.263.160 minuten. Het aantal uren dat Jan werkelijk heeft besteed ten dienste van de SMC-organisatie is aanzienlijk meer en is alleen door hemzelf goed te schatten.

De omgang met en de belangstelling in mensen behoort tot de levenshouding van Jan en beperkt zich zeker niet tot degenen waarmee hij in zijn beroepsuitoefening heeft te maken. Als een van de 6 collega's die Jan vanaf de dag van zijn indiensttreding in 1964 heeft meegemaakt en die thans nog werkzaam zijn bij de SMC ben ik daarvan getuige geweest. Na zijn huwelijk in september 1964 ging Jan met zijn Marie-José in Purmerend wonen. Al spoedig hield hij zich buiten werktijd in zijn woonplaats bezig met het organiseren van allerlei culturele activiteiten. Zo haalde hij de graficus Maurits Escher naar het theaterzaaltje van het Heerenlogement. Escher hield een boeiende lezing die ook door een aantal MC'ers werd bijgewoond. Hij had de hand weten te leggen op een aantal exemplaren van een door Escher voor Verkade ontworpen koekblik in de vorm van een isocaëder waarin een patroon van zeesterren en schelpen was geperst. Ik heb bij die gelegenheid een exemplaar kunnen verwerven. Persoonlijk bewaar ik nog goede herinneringen aan het optreden van de actrice en voordrachtskunstenares Enny Mols-de Leeuwe en het Jiddisch cabaret "Li-La-Lo" van Jossi en Jacques Halland. Vele jaren heeft Jan zich als bestuurslid van Kriterion ingezet voor de werkstudenten in Amsterdam. Problemen zijn hem daarbij niet bespaard gebleven. Door televisie en video werd de exploitatie van de bioscoop Kriterion problematisch. Aanslagen van

politieke activisten op het door werkstudenten aan de Zeeburgerdijk gerunde Shell tankstation bezorgden hem veel kopzorg.

Jan vervulde zijn militaire dienstplicht bij het Korps Mariniers. Een reünie van “zijn” korps zal hij niet gauw overslaan omdat hij graag nieuwe contacten legt en oude hernieuwt. Via deze contacten is hij betrokken geraakt bij de krijgsgeschiedenis en de geschiedenis van de tweede wereldoorlog. Hij heeft o.m. meegewerkt aan diverse publikaties op dit gebied. In het verlengde hiervan ligt ook zijn bemoeienis als bestuurslid van het Vestingmuseum in zijn huidige woonplaats Naarden.

De beeldende kunsten genieten Jan's warme belangstelling. Door zijn toedoen heeft Lambertus Zijl in bredere kring meer bekendheid gekregen. De door Zijl in zandsteen uitgehouwen koppen van mannen die zich zeer verdienstelijk hadden gemaakt voor de levensverzekering hebben door zijn inspanningen een waardige plaats gekregen in het hoofdtrappenhuis van het CWI-gebouw. Deze beeldhouwwerken sierden het eertijds aan het Damrak in Amsterdam gelegen en door brand verwoeste gebouw van de Algemeene Maatschappij van Levensverzekering en Lijfrente. Twee Jannen hebben de hand gehad in de aankleding van het CWI-gebouw met kunstuitingen in het kader van de z.g. 1%-regeling. De tweede Jan was Jan Snoek, de geestelijke vader het van het alom aanwezig MC-mannetje of is het wellicht een vrouwtje? Vele vrouwelijke en mannelijke kunstenaars, waaronder een van mijn jonge nichtjes, hebben de afgelopen 11 jaren hun werken geëxposeerd in de WCW-kantine.

Jan was altijd op zoek naar mensen met interessante hobby's en stimuleerde hen om de vitrinekast in de hal van het CWI-gebouw te vullen met voorwerpen en uitingen van hun hobby. Ook ik heb eraan moeten geloven met een deel van mijn verzameling van opgezette vlinders, gedroogde planten en oude natuurboeken. Als ik Jan goed ken denk ik dat hij niet helemaal tevreden afscheid neemt. Er is één kunstproject dat hij door niet bij hem liggende oorzaken naar de voltooiing heeft kunnen leiden. Ik bedoel hier de bewegende bol van Jeffrey Shaw in de vide van het CWI-gebouw

Door Jan ben ik en vast wel ook anderen in contact gekomen met antiquariaat Poolman in Naarden. Veelal op vrijdagavond maar ook wel op zaterdag kon je Jan daar vinden op zoek naar oude prenten, boeken, krante- en tijdschriftartikelen. Niet alleen voor zichzelf maar ook voor anderen als hij wist dat die daarvoor belangstelling hadden. Vaak leek het op vrijdagavond bij Poolman wel een sociëteit. Een aantal lokale figuren kwam dan daar bijeen om te praten, te snuffelen

en zaken te doen en dat alles onder het wakend oog van Poolman zelf en zijn onvolprezen assistente Mies.

Over de genealogie zal ik het maar niet hebben. Ik denk dat er weinigen zijn die Jan kennen en die niet weten dat hij zich met de genealogie in het algemeen en die van zijn familie in het bijzonder intensief bezig houdt. Dankzij Jan en Marie-José kan UNICEF zijn zegenrijk werk doen voor de misdeelde kinderen in de wereld. Jaarlijks omstreeks september vinden een aantal medewerkers van het CWI de welbekende UNICEF-enveloppe op hun bureau.

Het voorgaande moge duidelijk gemaakt hebben dat Jan maar ook Marie-José voor veel mensen van betekenis zijn geweest en nog zijn. Hoeveel dat er zijn geweest laat zich slechts raden.

Wie er bij de SMC en het MC resp. CWI gewerkt hebben in de tijd dat Jan daar ook werkzaam was liet zich wel nagaan, hoewel het een hele klus is geweest. Mijn bijdrage wordt afgesloten met een alfabetische lijst van deze personen. Ik heb afgezien van het gebruik van titulatuur. Voorts zijn geen bezoekers en leden van commissies ten behoeve van de Landelijke Werkgemeenschappen en Samenwerkingsverbanden opgenomen. Wie dan wel: curatoren, personeelsleden, gastmedewerkers, gedetacheerden, TEG-medewerkers, stagiaires en leden van adviesraden. Het is een indrukwekkend overzicht geworden.

Jan om je geheugen te testen heb ik een aantal vragen bedacht die je met behulp van de lijst kunt proberen te beantwoorden:

- hoeveel namen telt de lijst;
- van wie hebben ook de vader of moeder op het MC/CWI gewerkt;
- wie waren er in de jaren 1964 t/m 1970 verbonden aan de afd. Toegepaste Wiskunde;
- in de lijst komen een aantal namen voor die voorzien zijn van een asteriks (\*). Wat was dit voor groep personen;
- wie hebben een bloedverwantschap in de eerste graad;
- wie was de eerste staffunctionaris;
- wie was het eerste hoofd van de Publicatiedienst;
- wie hebben er in meer dan een afdeling of dienst gewerkt;
- welke directiesecretaresses heb je meegemaakt;
- wie zijn er vanuit het MC/CWI aan een universiteit gepromoveerd;
- wie zijn er inmiddels vanuit de SMC in de VUT of met pensioen gegaan;
- wie ken je van naam maar heb je nooit persoonlijk ontmoet;
- mis je namen in de lijst? Hoewel ik heb geprobeerd heb de lijst zo nauwgezet mogelijk samen te stellen geef ik geen garantie voor volledigheid.

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

Jan zelf zul je ook nog wel de nodige vragen kunnen bedenken. Ik hoop dat het je bij het doornemen van de lijst net zo vergaat als het mij verging bij het samenstellen ervan. Bij het lezen van vele namen kwamen weer allerlei herinneringen aan de dragers ervan naar boven. In 1964 werd je aangesteld als de 91ste werknemer van de SMC. Als jouw dienstverband op 30 november a.s. afloopt zijn er nog slechts 6 collega's daarvan getuige die kunnen zeggen dat ze je hebben zien aantreden. In volgorde van anciënniteit zijn dat:

- W.J. Mol (1 november 1957)
- P.C. Baayen (1 oktober 1959)
- D. Zwarst (26 oktober 1959)
- A.C. IJsselstein (18 februari 1963)
- P.J. van der Houwen (1 april 1964)
- J.W. de Bakker (1 mei 1964).

Jan het ga je goed. Moge de nu volgende lijst van namen je helpen de herinnering aan ruim 27 jaar SMC en CWI levend te houden.

Advokaat S.E.	Baanstra W.E.	Bekius S.F.
Akkerhuis J.N.	Baarda W.	Bell C.B.
Akman V.	Baay J.G.	Bemelmans Th.M.A.
Al Tamimi K.R.	Baayen P.C.	Benders J.F.
Alanen J.	Back R.J.R.	Benjamins H.
Albada G.B. van	Baddeley A.J.	Benningshof W.
Albers W.	Badertscher E.	Benschop C.A.
Alberts G.	Baeten J.C.M.	Bentham J.F.A.K.
Alblas J.B.	Bakker A.F.	Berbee H.C.P.
Algeo C.	Bakker D.M.	Berckel J.A.Th.M. van
Ambergen A.W.	Bakker F.	Berg A.K. van den
Amende-Konijn D.C.M.	Bakker J.W. de	Berg C.A. van den
Ammeraal L.	Bakker M.	Berg H.G. van de
Amstel J.J. van	Ban E.P. van den	Berg J. van den
Angermann R.G.M.	Bardswell V.	Berg J.L. van den
Anthonisse J.M.	Barendregt H.P.	Bergh D.T. van dan
Antonissen M.C.C.	Barendregt L.G.	Bergh-Koerts S.J. van den
Antwerpen C.J. van	Barfield L.G.	Bergman M.
Apers P.M.G.	Barkey H.M.	Bergstra J.A.
Apt K.R.	Barning F.J.M.	Berndsen M.H.J.
Arbab F.	Bartelink L.W.	Berns M.A.H.
Arwert K.J.	Bavel R.J. van	Bernus P.
Askey R.	Bavinck H.	Best E.
Aspers W.A.M.	Bays-Renforth T.	Best M.R.
Asselt E.J. van	Beek P. van	Bethlehem J.F.A.K.
Asveld P.R.J.	Beentjes A.M.	Bethlehem J.G.
Axelsson A.O.H.	Beentjes P.A.	Bethlehem-Teuling I.
Baanders A.C.	Beertema P.	Beuze J.
Baanders R.T.	Beertema-Bastiaans J.M.	Bezem M.A.

Bezuidenhout C.  
Bibo C.  
Bijderwieden M.  
Bijleveld G.  
Bijlsma S.J.  
Binnenmarsch-Nagtegaal E.  
Blaauw G.A.  
Blaauw J.G.  
Blacke E.H.  
Blanc J.P.C.  
Blanco J.  
Bleeker H.C.  
Bleeker W.  
Blij F. van der  
Blocks H.G.M.  
Blokhuis A.  
Blom C.L.  
Blom J.G.  
Blom K.T.L.  
Blommers H.  
Boendermaker-Mater I.  
Boenders H.  
Boenink H.W.K.  
Boer E. de  
Boer E. de  
Boer F.S. de  
Boer H. den  
Boer J. de  
Boer J.H. de  
Boer S. de (\*)  
Boer W.A. de  
Boer-Frazer P. de  
Boerkoel W.  
Boersma J.  
Boesveld A.  
Boeve E.D.G.  
Böhm A.P.W.  
Bol R.N.  
Bolscher H. van het  
Bommel-Beckers P.H.M. van  
Bon J.T.M. van  
Boom H.J.  
Boomstra W.  
Boon C.B.M.  
Boon E.F.  
Booyen P.W.M.  
Born R. van den  
Borsboom B.  
Borst J.  
Borst S.C.  
Bos H.J.  
Bos J. van den  
Bos J.N.E.

Bos-de Rooy M.T.  
Bosch F. van de  
Bosch F.J. van den  
Bosch H.G.P.  
Bosch P.  
Bosch R. (\*)  
Boschloo R.D.  
Bosma-Bosma L.C.  
Bosman F.A.  
Bosman J.P.  
Bossi A.  
Both C.E.  
Bottema O.  
Bouma N.  
Bourgonjon R.H.  
Bouwers E.J.  
Bouwkamp C.J.  
Bowden P.L.  
Boxma O.J.  
Braaksma B.L.J.  
Braam I.L.  
Brand E.  
Brands G.  
Brandt Corstius H.  
Brassard G.  
Brauer F.  
Braun G.K.R.O.M.  
Braxhoofden-Lieuwen M.I.  
Breed I.  
Breek-Geldhoff J.G.M.  
Breek-Schoemaker A.C.  
Breij-Vermeulen J.M.  
Brickman L.P.  
Brink H.A. van der  
Brinkhuysen R.  
Brinksma H.  
Brockett R.W.  
Broerse E.G.M.  
Brouwer A.E.  
Brouwer M.W.  
Brouwer R.  
Brouwer W.  
Brown L.  
Brozius H.A.  
Brugnoni G.  
Bruijn N.G. de  
Bruijs R.J.  
Bruin A. de  
Bruin R. de  
Bruin Slot-Ros C.  
Bruins E.M.  
Brummelhuis R.  
Bruné-Strēfkerk J.J.

Brunner H.  
Brussaard B.K.  
Budd T.A.  
Bührman J.-H.  
Buhrman J.M.  
Bulterman D.C.A.  
Burg P.E. ter  
Burger F.J.  
Burrage K.  
Bus J.C.P.  
Cabo A.J.  
Calisch M.F.  
Campenhout T.A.C.  
Campenhout-Hesseling T.G.M.  
Cannegieter I.  
Carolan S.  
Carr III J.W.  
Carrasquer M.  
Cathalina M.M.  
Chafee N.  
Chan K.C.  
Chapman T.A.  
Chaum D.L.  
Christen F.J.  
Ciaparello G.  
Clote P.  
Coelho de Pina J.  
Cohen A.M.  
Cohen J.W.  
Combé M.B.  
Coolen T.M.T.  
Corput J.G. van der  
Corsten L.C.A.  
Corstjens M.M.  
Coster M.J.  
Cremer F.D.  
Dalen J.V. van  
Dalen W.H.M. van  
Dallas M.G.  
Dalmer-Boksteen T.R.  
Dangård I.  
Dammer S.P.  
Damsté B.R.  
Daniel J.W.  
Dantzig E.C.  
Dekker K.  
Dekker Th. J.  
Dekkers A.L.M.  
Dekking F.M.  
Delussu M.  
Delver R.  
Desrochers M.  
Deursen A. van

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

Deventer E.M. van  
Dewar R.B.K.  
Diekmann O.  
Diepen N.W.P. van  
Dijck W.J.D.  
Dijk A.  
Dijk A.G. van  
Dijk G. van  
Dijk M. van  
Dijk M.H.H. van  
Dijk van F.  
Dijk-Groesbeek J.H. van  
Dijk-van Rosmalen R.W. van  
Dijkhuis B.  
Dijkhuis H.P.  
Dijkhuizen M.S.  
Dijksterhuis E.J.  
Dijkstra E.W.  
Dijkstra J.  
Dik J.J.  
Dikkerboom J.M.E.  
Dinesh T.B.  
Disselkoen V.J.C.  
Does J. de  
Does R.J.M.M.  
Doets H.C.  
Domselaar B. van  
Donker J.C.  
Doorn E.A. van  
Doorn L.P. van  
Doornbos R.  
Doren-Hoegen A.W. van  
Dorhout B.  
Dorp B.E. van (\*)  
Dorrestijn A.  
Dorth G. van  
Drake-Liebstaedter K.H.A.  
Draper D.L.  
Driessen S.G.A.J.  
Duijvestijn A.J.W.  
Duistermaat J.J.  
Dunkl C.F.  
Duparc H.J.A.  
Duuren H.C.A. van  
Duursma I.M.  
Duyn Schouten F.A. van der  
Dwinger Ph.  
Dzhaparidze K.O.  
Eaton M.L.  
Ebergen J.C.  
Eckhaus W.  
Eeden C.  
Eeden G. van  
Eggenhuisen H.H.  
Eggermond P.P.B.  
Egmond S. van  
Ehrenfeld S.  
Eijck D.J.N. van  
Eijk W.E.G. van  
Eilers H.A.M.  
Elffers H.  
Eliëns A.P.W.  
Elshoff I.J.P.  
Elst J. van  
Elzen V.J.H.M. van der (\*)  
Embsen E.G.M.  
Emde Boas P. van  
Emden M.H. van  
Engelfriet J.  
Es A.J. van  
Eshuis W.  
Est W.T. van  
Euwe M.  
Everaars C.T.H.  
Everard A.W.  
Evers J.J.M.  
Evertse J.H.  
Fabies W.R.  
Fabius J.  
Fast H.  
Federgrün A.  
Feggelen-v. Rootselaar A. v.  
Feijen-Collast T.G.H.M.E.  
Fernando R.T.P.  
Ferrari G.L.  
Fiolet H.  
Flachsmeyer J.  
Fleischhacker L.E.  
Florijn G.H.  
Foe M.H.  
Fokkema D.S.  
Fokker A.  
Fokkinga M.M.  
Fokkink W.J.  
Forbes R.J.  
Förch G.J.  
Francez N.  
Frankena J.  
Frankenhuysen J.H. van  
Franklin S.P.  
Frans G.H.  
Fretin M.  
Freudenthal H.  
Friedman N.  
Fritz-Faber T.  
Fuhrman P.A.  
Gaag L.C. van der  
Gabovich E.Ya.  
Galler B.A.  
Gathier M.  
Geel R.  
Geenhuizen W.S. van  
Geer S. van de  
Geerts A.H.W.  
Geldereren M. van  
Geldereren-Blauwboer N. van  
Gemert K.J. van  
Gerards A.M.H.  
Gerretsen J.C.H.  
Gerritsen W.J.  
Geurts L.J.M.  
Geysel J.M.  
Gill R.D.  
Gils S.A. van  
Glabbeek R.J. van  
Glas L.G.  
Glorie H.N.  
Glüsing H.  
Göbel F.  
Goebertus M.Y.  
Goede E. de  
Goede T.A. de  
Goedhart C.F.  
Goeman H.  
Gombani A.  
Goosen M.B.  
Goossens F.A.L.M. (\*)  
Gorter C.J.  
Graaf J.A.M. van de  
Graaf R.R. de  
Grabosch A.  
Grasman J.  
Greene S.M.  
Greiner F.G.  
Grinten J.V.M. van der  
Groen F.  
Groen F.C.A.  
Groen P.P.N. de  
Groeneboom P.  
Groenendijk W.P.  
Gronke E.  
Groot Boersma-Boonstra S.  
Groot J. de  
Groot P.B. de  
Groot R. de  
Groote J.F.  
Grosheide F.Wzn G.H.A.  
Grotenhuis E. te  
Grune D.

Gumbs-Bergema H.  
Gunsing Th.A.  
Guvarage M.A.  
Gyllenberg M.  
Gzyl H.  
Haan L.F.M. de  
Hagen P.J.W. ten  
Hagen T.  
Haindl M.  
Ham M.W. van der  
Han J.  
Hanewald G.J.F.P.  
Hardeveld Kleuver G.F.C.  
Hardman L.  
Hardy K.  
Haringhuizen P.J.  
Harmelen F.A.H. van  
Harmse Ch.  
Harsoyo B.  
Hartel P.H.  
Harten A. van  
Hasselt M.C. van  
Hautus M.L.J.  
Have H.N. ten (\*)  
Hazewinkel M.  
Heck A.J.P.  
Hee K.M. van  
Heeman F.C.  
Heerenveen R.J.B.  
Heering J.  
Heerink M.A.C.  
Heersche J.G.M.  
Heesterbeek H.  
Heesterbeek J.A.P.  
Heesterman C.C.  
Hegt M.W.A.  
Heide J.C. van der  
Heijden M.Y. van der  
Heijer C. den  
Heijmans H.J.A.M.  
Heldoorn M.R.  
Helmberg G.M.  
Helmers R.  
Helminck A.G.  
Helminck G.F.  
Helwegen H.M.J.  
Hemelrijk J.  
Hemerik C.  
Hemker P.W.  
Hemminga-Meijer G.H.A.  
Hendriks P.R.H.  
Hendrikx J.  
Henrard B.  
Herik H.J. van den  
Herk C.G.G. van  
Herman I.  
Hertog P.W. den  
Herwijer E.J.  
Herwijnen M. van  
Heuvel-Teller M.C.  
Heynen P.  
Heyst E.J.L.J. van  
Heyting A.  
Hilbrink E.F.  
Hilhorst M.T.  
Hilhorst-Goldman D.  
Hillebrand J.  
Hillebrand-Snijders S.M.T.  
Hirschfeld R.  
Hoede C.  
Hoek J.M. van den  
Hoekstra L.  
Hoekstra L.C.  
Hoff K. van 't  
Hoffman W.  
Hofhuis R.H.B.A.  
Hofman C.  
Hofman G.J.  
Hofstee P.  
Hogenbijn I.  
Hollenberg J.P.  
Homburg-Knieper M.  
Honing R.J.  
Hoogen Stoevenbeld H.J.  
Hoogenboom B.  
Hoogendoorn A.  
Hoogendoorn H.A.G.  
Hoogendoorn P.J.  
Hoogeveen J.A.  
Hoogma D.T.J.  
Hop H.M.C.A.  
Hopman S.A.  
Hordijk A.  
Horita E.  
Horst R. van der  
Houwen P.J. van der  
Hoyer H. de  
Huïbers K.  
Huïberts-van Schaik J.P.M.  
Huijsmans J.W.  
Huitink-Mombarg J.A.M.  
Hundsdorfer W.H.  
Hurk-v. Haagen G.D.G. v. d.  
Husek M.  
Huskov M.  
Husmann H.E.  
Hutter W.  
Idenburg Ph.J.  
Inaba H.  
Ingh J.J. de  
Iwaniec H.  
Jacobs T.M.  
Jacobs-Nap E.R.  
Jacquet J.M.  
Jager E.M. de  
Jaibert G.R.  
Janknegt D.  
Jans L.  
Jansen A.J.  
Jansen F.W.  
Jansen H.M.A.  
Jansen J.M.  
Jansen L.  
Jansen M.J.W.  
Jansen T.M.V.  
Janssen A.  
Je M.F.  
Jensen G.A.  
Jeuring J.T.  
Jin Cheng-fu  
Jogdeo S.S.  
Johnsen T.L.  
Jong A.M.B. de  
Jong D.P. de  
Jong E. de  
Jong M.J. de  
Jong O.P. de  
Jong R.J. de  
Jongejan A.  
Jongh E.K. de  
Jongh H.R. de  
Jonker C.C.  
Jonkers H.B.M.  
Joossen J.  
Juhasz I.  
Junco A. del  
Junius Th.  
Kaaij A.J.M.  
Kaandorp J.A.  
Kaas R.  
Kaashoek M.A.  
Kallenberg P.J.M.  
Kampen S.P.N. van  
Kamperman J.F.T.  
Kaper H.G.  
Kappe J.H.M.  
Kapteyn A.  
Karrenberg D.  
Keane M.S.



## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

Keizer J.  
Kellermann Deibel R.J.  
Kemink-Koetsier N.  
Kempenaar M.C.L.  
Kempf G.  
Kerf B. de  
Kersten M.L.  
Kester A.J.M.  
Kester-Koch N.K.  
Kim K.  
Kindervater G.A.P.  
Kingston III D.P.  
Kirosis L.M.  
Klaassen C.A.J.  
Klaauw A. van der  
Klarenbosch H.E. van  
Kleijnen J.M.F.  
Klein J.G.  
Klein Velderman-Los C.J.  
Klerck E. de  
Klint P.  
Kloek R.J.  
Klomp C.G.J.  
Kloost A.R.  
Klop J.W.  
Klusener A.S.  
Knops H.B.P.  
Ko, Chun Wa  
Koedooder C.A.S.  
Koerts B.  
Koerts S.J.  
Koets P.J.  
Koetsier N.  
Koiter W.T.  
Kok G.H.A.  
Kok J.  
Kok J.N.  
Koksma J.F.  
Koksma K.K.  
Kolen A.W.J.  
Kolk J.A.C.  
Koning A.J.  
Kooi-Suurmeijer W.G.C. van  
Kool M.H.  
Koole A.M.  
Koon J.W.C.  
Koorwinder T.H.  
Koot-de Groot M.  
Korablin Y.  
Koren B.  
Korevaar J.  
Korolyuk V.  
Korver H.P.  
Kossen L.  
Kosten L.  
Koster C.H.A.  
Kotterink B.  
Koumans W.A.  
Kraft Ch.  
Kranakis E.  
Kretzschmar M.  
Kriegenbergh R. van  
Kriens J.  
Krijnen T.J.G.  
Krizanc D.D.M.  
Kroeze H.J.  
Kroezen R.  
Kronig R.  
Kroode R. ten  
Kroon J.P.M. de  
Kruizinga H.  
Kruseman Aretz F.E.J.  
Kruseman J.P.  
Kruyswijk D.  
Kuijk A.A.M.  
Kuijper M.  
Kuijpers A.E.  
Kuiper F.  
Kuiper N.H.  
Kuiper R.  
Kuiper W.  
Kuipers L.  
Kuipers-Hoekstra S.J.P.S.  
Kummer M.I.  
Kustina J.  
Kuyk W.  
Kuyper Th.  
Kwakernaat H.  
Kwiatkowska M.Z.  
Laan C.G. van der  
Laan G.J.M.  
Laan P. van der  
Laan T.J.A. van der  
Laan W. van der  
Laâouissi A.  
Laar-van Zoolingen J.C.P. van  
Laarschot P.J.J. van der  
Lablans W.  
Lageweg B.J.B.M.  
Laia Lopes H. de J.  
Lamping E.E.  
Landsman J.  
Lankelma J.V.  
Lanser J.H.N.  
Lauwerier H.A.  
Lawler E.L.  
Leen M.J.  
Leeuwen J. van  
Leeuwen M.A.A. van  
Lehmann D.  
Leivant D.  
Lekkerkerker C.G.  
Lemmer F.G.  
Lenferink H.W.  
Lenstra A.K.  
Lenstra H.W.  
Lenstra J.K.  
Lepage Y.  
Leppink G.J.  
Leve G. de  
Levelt A.H.M.  
Leyvraz L.  
Lie-Rooseman A.  
Liem T.H.  
Liere R. van  
Lieshout M.N.M. van  
Lim F.  
Lint J.H. van  
Lioen W.M.  
Lioen-Beemer M.  
Lipnisky S.  
Lisser B.  
Löb G.P.  
Loenen J. van  
Loeve W.  
Logger M.H.  
Lohuis H.E.  
Looijenga E.J.N.  
Loonstra F.  
Loopstra M.A.  
Losser B.  
Louis T.  
Louter-Nool M.  
Lucas P.J.F.  
Luijnenburg-Kroes P.E.  
Lunbeck L.J.  
Lune J. van de  
Lyons J.E.  
Maanen R.C. van  
Maarel H.T.M. van der  
Mac Nack-Jubitana E.  
Mahabir I.  
Mailloux B.J.  
Maitra A.  
Mallet-Paret J.  
Malyshev A.N.  
Mammen E.  
Marchiori E.  
Marks M.H.J.

Maurice I.Chr.  
Maurice M.A.  
McAuley D.  
McKie J.B.  
Meckering H.  
Meer C. van der  
Meer H.A. van der  
Meer J.C. van der  
Meer J.J.E. van der  
Meerten L.C.  
Meertens L.G.L.Th.  
Megens M.M.  
Meijer C.S.  
Meijer Viol M.  
Meilijson I.  
Meinders H.J.  
Mettrop H.B.  
Mettrop M.W.  
Metz J.A.J.  
Meulen E.A. van der  
Meulen E.C. van der  
Meulen G. van der (\*)  
Meulenbeld B.  
Meulenbeld S.J.  
Meyer H.A.  
Meyer J.C. (\*)  
Meys E.P.M.  
Michel E.A.  
Middelberg E.  
Middeldorp A.  
Mijlhoff-Ebling E.L.  
Minnaert M.G.J.  
Minnema A.J.  
Miranda J.F. de  
Mitrovic N.  
Mittmeyer H.  
Mjolsnes S.F.  
Moerdijk I.  
Mohn E.  
Mokken R.J.  
Mol W.J.  
Mol W.J.A.  
Molenaar J.  
Molenaar W.  
Moll H.F.  
Monasch B.  
Monsanto P.I.  
Montijn R.  
Mooiman J.  
Moortgat M.  
Moos K.  
Morgan C.C.  
Moria-Weernink M.P.

Morrill G.  
Mos R.  
Mostert P.  
Moulin M. du  
Mourik P.A. van  
Moyeed R.A.  
Mulder A.V. (\*)  
Mulder F.F.  
Mulder H.G.  
Mulder J.C.  
Mulders H.F.M.  
Mullender K.S.  
Mullender P.  
Mullender S.J.  
Murenbeeld M.  
Nacken P.  
Nederkoorn J.J.B.M.  
Nederpelt Lazarom R.P.  
Neerven J.M.A.M.  
Neggers J.  
Nelemans J.M.  
Neufeglise P. (\*)  
Neumaier A.  
Neven B.  
Nieland H.M.  
Nienhuis A.J.C.  
Nienhuys C.J.A.  
Niessen M.C.  
Nieuwland G.Y.  
Nieuwland M.C.  
Nieuwpoort G.  
Nijbacker H.  
Nijhuis J.A.  
Nijman A.J.  
Nijmeijer H.  
Niland-Santaella Munoz M.A.  
Nishiura Y.  
Nogaredo G.C.J.M.  
Nool J.W.  
Noordhof H.W. (\*)  
Noordstar L.J.  
Noot H.  
Nooten W.N. van  
Nooyen R.R.P. van  
Norden W. van  
Nuis J.  
Nuis-Borners M.J.  
Oedayrai Singh Varma T.  
Olde Daalhuis A.B.  
Olderog E.-R.  
Olinga M.  
Olsder G.J.  
Ommen B.J. van

Ong A.L.  
Oorschot J.M. van  
Oort J.H.  
Oortmerssen G. van  
Oosterhoff J.  
Oosterhout H.  
Oosterhuis J.W.  
Oosting-Françoise P.C.  
Oostman C.  
Opperdoes E.  
Orange C.  
Orlin J.B.  
Os C.H. van  
Osta G. van  
Ott T.J.  
Ottien D.B.M.  
Ottien G.A.M.  
Oudejans A.J.Th.  
Oudshoorn H.L.  
Ouwkerk-Dijkers M.P. van  
Overweel F.J.A.  
Paalman-de Miranda A.B.  
Paërl E.R.  
Pagan F.G.  
Palamidessi C.  
Papelard E.  
Pareren H. van  
Parsch H.  
Pater A.D. de  
Paula J.N.  
Pauwelussen J.P.  
Peck J.E.L.  
Pedersen T.P.  
Peen D.C.  
Pelder C.  
Peletier L.A.  
Pemberton S.  
Peralta R.  
Peremans W.  
Perlis A.J.  
Petiet J.K.  
Picci G.  
Pie G.S.I.  
Pieramico C.  
Pieters Kwiers R.  
Pijls H.G.J.  
Pins-Rothschild I.M.  
Pippel C.L.  
Piscaer R.T.J.M.  
Plas A.P. van der  
Pliester L.  
Pliester N.C.  
Ploeger R.

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

Plomp A.	Roever W.P. de	Schilder J.N.
Plümer L.	Rogier J.L.H.	Schip E.M.J. van
Poel W.L. van der	Rojakkers S.A.W.	Schipper A.M.
Poku C.O.	Rolf G.H.	Schipper J.
Pol-Swagerman C.J.	Rooijen J.P. van	Schippers A.B.A.
Polak W.	Rooijen R.M. van	Schippers F.H.
Polderman J.W.	Roorda M.R.	Schippers H.
Ponse A.	Roos A.M. de	Schippers P.
Ponten J.	Roos A.P.	Schlepers J.T.
Pontrelli G.	Roos F.A.	Schlichting J.J.F.M.
Pool J.A. van der	Roos Lindgreen H.W.	Schoemaker H.J.
Popken J.	Roos Lindgreen O.M.	Scholma J.K.
Post J. (*)	Roothart C.J.	Schoonderwoerd F.
Potharst R.	Rootselaar A.J. van	Schooten A.M.C.A. van
Potts C.N.	Rootselaar B. van	Schornagel A.
Preuter R.	Roozen H.N.M.	Schouten H.J.
Preyer-Smit C.M.L.	Roquas M.R.	Schouten J.A.
Principaal-la Bast M.	Rosenthal D.S.H.	Schouten J.F.
Prins J.	Rossum G. van	Schouw-Thé S.N.
Pul M.C.J. van	Roth-Hoog Th. de	Schreuder J.C.M.
Put M. van der	Roitsch fer M.J.	Schriever B.F.
Putten C. van	Rouwhorst B.P.	Schrijver A.
Quade D.	Royen G.Z. van	Schroevers Ph.
Raemaekers H.J.P.M.	Rozenberg G.	Schuit J.N.T.
Ragetlie P.L.	Rozenhart H.G.J.	Schuler K.E.
Rahmani F.M.	Ruijsenaars S.N.M.	Schultze L.M.
Rasch G.	Ruitenbeek-de Bekker E.M.T.	Schumacher J.M.
Reckers F.J.	Ruitenburg G.C.M.	Schuppen J.H. van
Reckman-van Kampen E.P.	Ruiter M.M. de	Schuringa A.W.
Rekers J.G.	Rukkers J.M.	Schut C.P.
Rem M.	Runnenburg J.Th.	Schuuring H.
Renckens E.A.M.	Rusch J.J.	Schuurmans H.
Reniers G.M.A.	Rush P.A.	Schuyt-Fasen A.
Resin R.A.	Rusman C.J.	Schweitzer P.J.
Resing J.A.C.	Rusman K.	Schwerdt E.A.
Resnick S.I.	Rutten E.	Sedoc E.J.
Reynders H.	Rutten J.J.M.M.	Segaar R.
Ridder J.	Ruttkay Zs.	Seidel J.J.
Riechelman-Huis R.W.T.	Ruyngaart F.H.	Sellink A.
Riedewald H.W.I.	Sadikin R.S.	Seveke-Bloedjes M.H.W.
Riel-Dijk J.W. van	Sakas V.	Shair-Ali S.
Riele H.J.J. te	Salzborn F.M.	Shepherd F.B.
Riet R.P. van der	Samseer Y.E.	Shin H.
Rietveld-Koerts B.	Sandel-Poleon M.M.	Shizgal I.
Rij B.H.G. van	Sanders F.	Shmoys D.B.
Rijs H.J.	Sanders J.A.	Shorack G.R.
Rijswijk M.M.Ph. van	Sanz-Serna J.M.	Shui-Nee Chow
Rijvordt J.D.	Savelsbergh M.W.P.	Siebes A.P.J.M.
Rinnooy Kan A.H.G.	Savitch W.J.	Siekerman A.
Rodenburg P.M.	Schaafsma W.	Siersma D.
Roerdink J.B.M.T.	Schaik J.P.M. van	Sikkema P.C.
Roetveld M.J.	Scheffer C.L.	Simons H.W.
Roever J.W. de	Scherpenseel P.J. van	Singh Varma H.O.

Sint H.J.  
 Sitters M.H.  
 Slager-van Mourik D.  
 Slagt E.  
 Sliepenbeek P.G.C.M.  
 Slot J. van der  
 Sloterdijk G.K.C. van  
 Sluijter M.  
 Sluis A. van der  
 Smal J.E.M.  
 Smid L.J.  
 Smit B. de  
 Smit C.M.L.  
 Smit J.H.A. de  
 Smit T.J.H.  
 Smith J.  
 Smith-Koper E.  
 Smoys D.B.  
 Smulders S.A.  
 Sneekes E.A.  
 Snijders F.A.M.  
 Snyder M.  
 Soede D.  
 Soest R.G. van  
 Sommeijer B.P.  
 Sommeling R.  
 Soni K.  
 Soni R.P.  
 Sparenberg J.A.  
 Spee J.W.  
 Spek C.A.C. van der  
 Spekkers H.  
 Spekreijse S.P.  
 Spiegel E. van  
 Spiegel I.W. van  
 Spijker M.N.  
 Spilling P.  
 Spreij P.J.C.  
 Sprengers P.  
 Springer T.A.  
 Sprinkhuizen-Kuyper I.G.  
 Stam A.J.  
 Stam W.H.J.  
 Stam-Daelman J.  
 Stappershoef G.L.E. (\*)  
 Steehouder-van Nigtevegt M.  
 Steen J. van der  
 Steenbeek A.G.  
 Steenbrink J.H.M.  
 Stefanski M.M.  
 Steiner J.G.  
 Stermerdink G.J.  
 Sterringa J.  
 Steutel F.W.  
 Stewart C.L.  
 Stobbe P.S.  
 Stoffel H.W.  
 Stöhr M.  
 Stok C.S.  
 Stougie L.  
 Straten J.P.H.  
 Straling-Meyer A.M.  
 Strecker G.E.  
 Suchtelen F.J. van  
 Suiker J.  
 Swart H.E. de  
 Swenneker F.J.C.  
 Swierstra S.D.  
 Takala T.  
 Tan H.D.A.  
 Tanenbaum A.S.  
 Tardif S.  
 Taunay R.L. van  
 Tellegen B.D.H.  
 Temme N.M.  
 Tempelman H.  
 Teunisse M.  
 Teye R.C.G.M. ten  
 The S.I.  
 Thesing S.J.H.  
 Thieme C.J.E.  
 Thieme H.R.  
 Thijs Boonkamp J.H.M. ten  
 Thijsse J.Th.  
 Thio K.S.  
 Thomas E.G.F.  
 Thomas F.M.J.  
 Thomas H.  
 Thomasse A.H.  
 Thomson C.E.  
 Thornton-Sagum H.M.  
 Tiel J. van  
 Tiendalli E.E.  
 Tijdeman R.  
 Tijms H.C.  
 Timman R.  
 Tinbergen J.  
 Tip F.  
 Tiurnyn J.  
 Tol A.B.  
 Tomiyama T.  
 Tooren C.J. van  
 Torunczyk H.  
 Toutenhoofd T.  
 Toyama Y.  
 Treur J.  
 Trienekens C.G.  
 Troelstra A.S.  
 Troiani N.  
 Tromp J.T.  
 Trompert R.A.  
 Truax D.R.  
 Tucker J.V.  
 Turi D.  
 Turk J.W.M.  
 Tuyl J.G.H.C. van  
 Tweel I. van der  
 Utema R.  
 Uyttenboogaard F.  
 Uytelinden J.A.  
 Vaalen J.M. van  
 Vaandrager F.W.  
 Vaart A.W. van der  
 Valkela E.  
 Varwijk J.  
 Vasmel-Kaarsemaker L.  
 Veen A.H.  
 Veen S.C. van  
 Veening R.  
 Veerkamp P.J.  
 Vegt J. van der  
 Vehmeyer P.B.M.  
 Veld R. in 't  
 Velde E.A. van der  
 Velde R. van der  
 Velde S.L. van de  
 Velden G.A.M. ten  
 Velden J. van der  
 Velden-Vervloet P.T.E. ten  
 Veldkamp G.R.  
 Veling E.J.M.  
 Veltkamp G.W.  
 Veltkamp R.C.  
 Veltman B.  
 Ven M.P.M. van de  
 Vening Meinesz F.A.  
 Verbeek A.  
 Verbeek L.A.M.  
 Verbeek-Kroonenberg N.S.  
 Verboom G.K.  
 Verbrugge N.Th.  
 Verburg P.  
 Verdonk-Heeneman L.C.  
 Verduyn Lunel S.M.  
 Verheggen T.T.M.  
 Verhelst P.W.E.  
 Verheul V.P.M.  
 Verhoog A.  
 Verhulst F.

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

---

Verkade-Jagerink J.C.	Waning W.E. van	Witt Huberts P.K.A. de
Verloop-Woudman G.	Wanrooy G.L.	Witte A.J. de
Verloren van Themaat W.A.	Warmer C.J.	Woerkom M.J.H. van
Vermeulen J.F.L.	Warmer J.B.	Wolff H.
Verrijn Stuart A.A.	Warmerdam J.	Wolff J.
Vervaat W.	Warmerdam-Uwland E.	Wolff P. de
Verweij E.	Wartena S.J.	Wolkenfelt P.H.M.
Verwer J.G.	Wartenhorst P.	Wolleswinkel J.
Vijn P.	Wattel E.	Wolowitsj A.
Villadsen J.	Weeber R.C.	Wolters E.W.
Vink E.P. de	Weeda P.J.	Wong R.Y.T.
Vink J.G. de	Weerd-Goebertus M.Y. van der	Wortel Y.H.M. (*)
Vink-Boom G.	Weert C.G. van	Woude J.C.S.P. van der
Vinkesteijn G.J.F.	Wegen L.L.M. van der	Woude J.W. van der
Visman M.	Weijers E.J.	Woudman G.
Visser C.	Weijland W.P.	Wubs F.W.
Vitanyi P.M.B.	Weits E.A.G.	Wynn P.
Vliet J.C. van	Weldon A.	Yamaguchi Y.
Vliet R. van	Wenger H.L.	Yap K.S.
Vogelaere R. de	Werf J.W. van der	Yntema R.M.
Vonderen J.A.J. van	Werkhoven H.	Ijsselstein A.C.
Vooren A.I. van de	Werkhoven-de Leeuw M.	Zaanan A.C.
Voorhoeve M.	Werner G.	Zandbergen P.J.
Voors M.M.	Wesseling P.	Zee S. van der
Voort M.H. van der	Wessels J.	Zeeuw P.M. de
Vorst H.A. van der	Whitfield H.	Zegeling P.A.
Vos M.J. van der	Wiedijk F.	Zernike F.
Vreugd C. de	Wiel F.A.M. van de	Zijlstra-Sinke A.
Vries F.J. de	Wieringa R.	Zijm W.H.M.
Vries H.B. de	Wiggers R.	Zoeren H. van
Vries J. de	Wijers H.J.M.	Zonneveld J.A.
Vries M. de	Wijngaarden A. van	Zoutendijk G.
Vries P.C.G. de	Wilbrink H.A.	Zucker J.I.
Vries T. de	Wildeman A.	Zuidema C.
Vries Th. de	Wiljes H.E. de	Zuylen M.C.A. van
Vries-Hooghordel A.B. de	Willems E.P.J.C.M.	Zwaagstra-Eerbeek T.
Vrieze O.J.	Willems G.M.	Zwaan J.
Vuurst A. van de	Willems J.C.	Zwaan M.
Waal P.R. de	Willemse P.	Zwaneveld C.
Waals J.D. van der	Willemse S.E.	Zwarst D.
Waals J.E. van der	Willemsen R.	Zwart R.P.
Wakker W.	Winter D.T.	Zwet W.R. van
Wakker W.F.	Wirth N.	
Walinska H.	Wisse J.	
Walters H.R.	Witkamp R.M.	

1 oktober 1991

Beste Jan,

Blijkens een korte mededeling aan het personeel heeft het Curatorium van de SMC besloten jou vanaf vandaag te dechargeren. Wars van alle blabla als je bent zou jij zelf dat laatste woord vast anders hebben gekozen, was mijn tweede gedachte. Mijn eerste betrof de datum van 1 oktober. Nu is de vermoedelijk laatste persoon op het instituut vertrokken, dacht ik, voor wie deze datum nog iets meer zegt dan alleen de afsluiting van een uitstekende carrière in dienst van de SMC. (Het doet mij wel beseffen ook inmiddels tot de oudere generatie te behoren; een jonge Amerikaan bleek onlangs mijn term 'post-war period' te interpreteren als na Vietnam). Niet alleen de oorlogstijd vormt een raakpunt tussen ons. Wij hebben beiden wortels in de marine en delen de belangstelling voor allerlei historische zaken. Maar wat dit laatste betreft, welk een verschil in dimensie! Ik lees graag in een stoel een historische roman of volg een heftige discussie in de krant over de betekenis van een Etruskisch woord, maar daarmee verhoud ik me tot jou als de CD-luisteraar tot de uitvoerende musicus. Een vak in de praktijk uitoefenen betekent iets heel anders dan het van een afstand te bewonderen. Hoe je het klaar speelde weet ik niet, maar naast je vele en verantwoordelijke werk voor de SMC wist je op dit front nu al een verbazingwekkende veelheid aan activiteiten te ontplooien: stambomen, de marine in de eerste oorlogsdagen, musea, historische gebouwen, tentoonstellingen, en er is ongetwijfeld nog veel meer waar ik helemaal geen weet van heb. En wat kunnen we nog verwachten nu je de handen helemaal vrij hebt gekregen?

Het is tekenend voor je bescheidenheid dat slechts weinigen binnen de SMC weten dat de man, wiens onvermoeide volhouden ertoe bijdroeg dat de Stichting in een moeilijke fase van haar bestaan niet uit de rails vloog en die de laatste jaren de ondankbare taak van bezuiniger kreeg te vervullen, zulke grote gaven heeft buiten de werksfeer (zelf zou je volgens mij de eerste zijn om op te merken dat het gewoon een kwestie is van willen en hard werken, 'niets bijzonders' dus, maar heeft iemand niet eens iets gezegd 99% transpiratie?).

Overigens heeft ook de SMC van deze gaven ruim kunnen profiteren. De tentoonstelling *Rekenen met Raderen* begin 1987 in Teylers Museum -slotstuk van een reeks manifestaties in het kader van het veertigjarig bestaan van de SMC- zou nooit van de grond zijn gekomen als jij niet op een cruciaal moment de organisatie met je gedrevenheid over het dode punt had getild. In datzelfde kader kwam je met het idee om een Jubileumboek te maken dat de eerste jaren van de SMC ten tijde van de wederopbouw van

Nederland zou behandelen. Zo ontstond *Zij mogen uiteraard daarbij de zuivere wiskunde niet verwaarlozen*, waarbij je ook actief deelnam in de totstandkoming van dit uitputtende werk. De interne CWI-Mededelingen waren nog niet uit de startblokken of je bood aan een serie bijdragen te leveren over de 'kopstukken' -de in onze muren gemetselde koppen van een aantal historische figuren die in verband staan met de verzekeringswiskunde. Gezien deze en andere activiteiten die je ontplooid in SMC-verband was het dan ook een logische stap dat twee jaar geleden jouw 25-jarige verbintenis met de SMC luister werd bijgezet door een symposium over de voor-geschiedenis en vroege historie van de elektronische rekenmachine.

Jan, met je vervroegde terugtreden is een periode afgesloten, waarin je vooral de laatste vijf jaar veel hebt bijgedragen aan het historisch bewustzijn binnen de SMC. Iemand zal wellicht hier de fakkel van jouw inspiratie op dit gebied overnemen. Dat deze dan ook dezelfde toewijding en energie zal opbrengen mogen wij alleen maar hopen.

Helaas moeten we bij de SMC sinds vandaag dus van Vroegerwas spreken. Het zij zo. Ik kan het woord nog moeilijk over de lippen krijgen. Voor de SMC zal het tweede Nuis-loze tijdperk enkele moeilijk op te vullen gaten vertonen. Maar volgens de wet van behoud van energie zal dat nu anderen buiten de SMC ten goede komen. Jan, het ga jou en je gezin goed.

Henk Nieland

## TWEE OBOLEN

*Voor Jan Nuis, bij zijn afscheid als Directeur Beheerszaken SMC.*

In de overlevering wordt het volgende verhaal verteld. Op zekere dag verzoekt een man te worden toegelaten tot de kring van leerlingen van Pythagoras. Vooraf heeft hij echter nog een vraag: als ik volleerd zal zijn in de wiskunde, wat kan ik dan daarmee verdienen? Waarop de meester zijn dienaar beveelt: geef de man twee obolen (1 obool was 1/6 drachme).

Op het eerste gezicht een vertrouwd geluid uit een ver verleden: de wens, nee de eis, de wiskunde te beoefenen los van de preoccupatie van elke dag. Zonder moeite is immers deze anecdote aan te vullen tot een lange lijst vergelijkbare uitspraken uit meer recente tijden: laat ik volstaan met het noemen van G.H.Hardy's bekende Apology en (zeer recent) het afscheidscollege van T.A.Springer. Worden zulke verhalen teruggeplaatst in hun context dan blijkt steeds dat er belangrijk meer aan de hand is dan een simpele voorkeur voor de wiskundige tijdbesteding boven elke andere. Vaak ligt een sterk ethisch motief op de achtergrond: bij Pythagoras was de wiskunde een middel tot reiniging van de ziel, Hardy is blij dat hij als wiskundige in ieder geval in de maatschappij niet zijn handen hoeft vuil te maken en Springer acht een werkkring aan de universiteit op zijn minst in esthetisch opzicht meer geslaagd dan een daarbuiten.

Het had Nuis misschien best wat geleken: het bestaan van een wiskundige *gentleman of leisure* - wie niet? - maar dat heeft niet zo mogen zijn. Als Directeur van de Stichting Mathematisch Centrum kon hij moeilijk om de obolen heen. Met alle respect voor Pythagoras was die aandacht toch welbested, al was het alleen maar omdat in de financiële problematiek telkens weer een veranderende rol van de wiskunde in een veranderende maatschappij werd weerspiegeld. Het is de poging waard iets van die veranderingen vast te leggen, temeer waar het er niet naar uit ziet dat binnen afzienbare tijd een stationaire toestand zal worden bereikt.

Hun portretten, eendrachtig naast elkaar, sieren de vergaderzaal op de derde verdieping van het gebouw aan de Kruislaan: de beoefenaars van de zuivere en de toegepaste wiskunde die in 1946 de Stichting Mathematisch Centrum oprichtten. Zij verwachtten nog al wat van de wiskunde: niets meer of minder dan een mogelijkheid tot bevordering van de welvaart en het culturele peil van de natie. Een visie, die temeer opmerkelijk wordt, als men zich de toenmalige wiskunde naar inhoud en omvang bij de universiteiten en in de maatschappij voor ogen stelt. Er werd ook (gezien de vakinhoudelijke interesse van de oprichters) een opmerkelijk beleid gevoerd: de ingenieur Van Wijngaarden werd er op uit gestuurd om zich een beeld te vormen van de recente ontwikkeling van de rekentechnieken. (Sinds dit voorjaar hangt ook diens portret naast die van zijn opdrachtgevers.)

De succesrijke ontwikkeling van de eerste twintig jaar SMC is bekend: in een expansiefase van de Nederlandse economie, bij een ongehoorde uitbouw van het hoger onderwijs bestond grote vraag naar nagenoeg alles wat met name het instituut MC te bieden had. Zoals: de introductie van nieuwe ontwikkelingen in de wiskunde (ik noem alleen distributietheorie en wiskundige biologie), de opbouw van een



bloeiende praktijk van industriële consultatie vooral in statistiek en besliskunde, de programmabibliotheken voor de snel in aantal toenemende computers, de grootse conceptie van Algol - en waarschijnlijk in de allereerste plaats, het bij het MC gevormde menselijk kapitaal. Aan obolen was in die jaren bij het door Piekaar vormgegeven stimulerende wetenschapsbeleid geen opvallend gebrek - hoewel achteraf wel duidelijk is dat toen in informatica veel meer, in fysica beduidend minder had moeten worden geïnvesteerd.

De neiging bestaat het reilen en zeilen van het CWI van nu te vergelijken met het MC van toen en daarbij hoofdschuddend te constateren dat het niet allemaal meer is zoals het geweest is. En inderdaad, een beetje bedrijf heeft nu zijn huis-statisticus, het gebruik van computers zou thans misschien wel eens moeten worden afgeraden in plaats van gepropageerd en de universiteiten vinden dat zij tjokvol zitten met wiskunde- en soms al zelfs met informatica-staf. Ook is het niet meer zo, dat lieden die moeilijke vragen stellen over de rentabiliteit van investeren in wiskunde, met twee obolen de mond kan worden gesnoerd. Is met dat alles eigenlijk niet de basis voor een voortbestaan van een CWI - zeker als wiskunde-instituut - komen te vervallen?

Natuurlijk, na zoveel jaren is het een gemakkelijke constatering dat het niet meer is zoals in de goede oude tijd. Het CWI is (gelukkig) niet meer een eiland van expertise in een goeddeels qua wiskunde en informatica analfabeet Nederland. Dit wil overigens niet zeggen dat daarmee alle elementen van de oude taakstelling overbodig zijn geworden. Ook in de afgelopen jaren is het CWI doorgegaan nieuwe ontwikkelingen in wiskunde en informatica te introduceren - zoals (in de wiskunde) beeldverwerking en -analyse, combinatorische optimalisering en cryptografie, niet toevallig veelal op het grensvlak van wiskunde en informatica. In de achter ons liggende periode van stimulering van informatica-onderzoek kon het CWI als vanouds functioneren bij een versnelde vorming van noodzakelijk menselijk kapitaal.

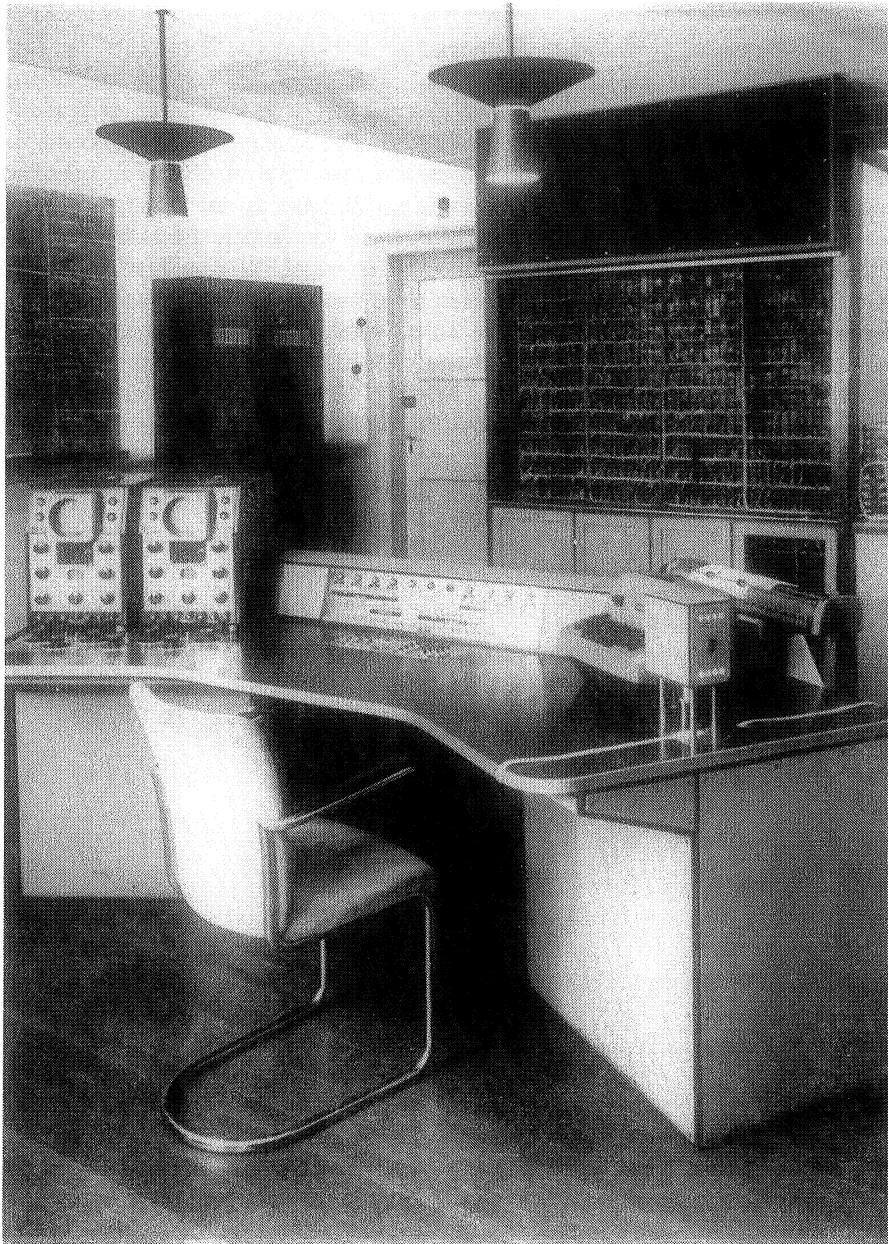
Maar nieuwe tijden geven ook nieuwe mogelijkheden - een gezichtpunt dat onder het hoofdschudden wellicht wat verloren was geraakt. Zo is moeilijk te zien hoe anders dan via een organisatie als het CWI zou kunnen worden ingespeeld op de uitdaging die in de Europese samenwerking in ERCIM-verband zich aanbiedt. Toch ligt de meest essentiële uitdaging voor SMC - met haar instituut CWI als belangrijk instrument - in de komende jaren op een ander vlak. Immers, alleen een zeer oppervlakkige analyse van de situatie levert als constatering dat thans, anders dan in het verleden, allerwege in Nederland wiskunde wordt geproduceerd en dat ergo, het met SMC/CWI wel wat minder kan. Integendeel, bij nader inzien blijkt dat desondanks de voornaamste doelstelling van de oprichters van de SMC - het dienstbaar maken van de wiskunde aan de samenleving - in sterk onvoldoende mate werd bereikt. Zoiets moet toch worden gezegd - om maar iets te noemen - wanneer blijkt, dat de plaats van de wiskunde in de Nederlandse grote technologische instituten en in de industriële laboratoria, nog altijd problematisch kan worden genoemd. Het is op punten als deze dat SMC de komende jaren zich volgens haar doelstelling zou moeten concentreren, met haar landelijke activiteiten als communicatief en innoverend netwerk, met haar instituut zoals het bedoeld is: als centrum.

Het is hier dat de oude Pythagoras bij tweede lezing een belangrijk punt onder onze aandacht blijkt te brengen. De wijsgeer - voor zover wij weten zelf allerminst een *gentleman of leisure* - ontmoet immers een man met een uiterst moderne instelling:

hij is geïnteresseerd in wiskunde uitsluitend om het resultaat, de formule - en daarvan wenst hij een meetbare opbrengst. Met niets te wensen overlatende duidelijkheid volgt dan het antwoord: zo gaat het niet in de wiskunde - wiskunde is geen magische succesformule, het is een cultuur. Dat is nu precies het punt waar het door de stichters van SMC beoogde programma moeilijker bleek dan zij misschien beseften: in elke bestaande praktijk bestaat per definitie al een dominante *andere* cultuur - die van de ingenieurs, van de economen, van de beleidsmakers - en in de interactie gedraagt de wiskunde zich meestal recessief. Wiskundigen en de fundamentele informatici zullen beter moeten leren hun draden herkenbaar te vlechten in een anderssoortig weefsel. In het de laatste jaren op veel plaatsen sterk toegenomen besef, dat *mono-cultuur leidt tot steriliteit* ligt daarbij een aangrijpingspunt.

Het waren dus interessante jaren binnen SMC die Jan Nuis eerst als medewerker, later als directeur meemaakte. Hij treedt nu terug na volbrachte taak - misschien met iets van opluchting: op de obolen viel de laatste tijd wel heel veel nadruk. Het ga hem goed.

G.Y.Nieuwland



Staatsieportret van de ARR A II uit ± december 1953. De lampen en de console van het apparaat geven fraai de vormgeving van de jaren vijftig weer. Links op de console de oscilloscopen en de knoppen waarmee de belangrijkste signalen rechtstreeks gecontroleerd konden worden.

## De Voetstukken van het CWI, aflevering 171: J. Nuis

Voetstukken, waarde collega, de voetstukken van het CWI, daar wilde ik het op de valreep even over hebben. Binnen het CWI komen erg veel voetstukken voor (in de volksmond 'struikelblokken' genoemd). In deze informatieve serie worden de heiligste voetstukken op hun kop gezet(en) . Vandaag bespreek ik f.t.e. (foot equivalent) 171: J. Nuis.

Ik citeer uit de Grote Niksaart (Ik heb dit stukje ook aan de Grote Winkler-Prins toegezonden):

" J. Nuis werd geboren en de eerste 58 jaar verstreken zonder noemenswaardige problemen. Dat veranderde toen in oktober 1989 binnen het instituut een tweede instituut ontstond, genaamd Bop Niksaart. De populariteit van de satirische 'Boze Brieven van Niksaart', die twee-maandelijks in het personeelsblad werden gepubliceerd, maakte Nuis snel duidelijk dat hijzelf niet de man met het grootste gevoel voor humor bij het CWI was. Zijn ergernis over de onthullingen, verdachtmakingen en kritiek op beleidsbeslissingen in de brieven heeft hij lang verborgen weten te houden. Tot zijn niet onaanzienlijke woede moest hij erkennen dat Niksaart, die hij overigens niet persoonlijk kende, soms nog gelijk had ook. Begin 1991 merkte Nuis dat hij steeds argwanender werd met spreken in het openbaar (zou Hij in de zaal zitten?) en dat humor plaats maakte voor humeur (zelfs goed bedoelde opmerkingen van anderen gaf hij soms een negatieve interpretatie, achter elke collega kon Hij schuilgaan). Elk nieuw nummer van het personeelsblad opende hij met bevende handen, zijn eigen stukjes las hij al niet meer (zijn kop was er niet bij). Zijn werklust werd aangetast, maandenlang kwam hij nog slechts halve dagen naar zijn werk. Omdat Niksaart niet te stoppen leek, werd in het diepste geheim de mogelijkheid van vervroegde pensionering onderzocht. In oktober 1991 gaf J. Nuis zich gewonnen, na een moedig volgehouden strijd van precies twee jaar."

Een speciaal boekje als dit is een mooie gelegenheid voor een weergave van het beleid van het tandem Nuis-Baayen. Onder Nuis en Baayen is het CWI in de tachtiger jaren opgestuwd tot een instituut zonder weerga. Sinds begin jaren negentig echter, probeert de directie aan het instituut een weerga te geven. Maar de weerga die we krijgen is niet de onze. Men probeert ons al twee jaar de weerga van een ander aan te praten. Maar de strijd is nog niet gestreden. Als de wiedeweerga ga ik weer aan de slag, mijn motto is: houd het CWI weergaloos. Het ga u goed, J. Nuis, ook zonder u houd ik voet bij stuk.

Bop Niksaart



## Jan Nuis en de geschiedenis

Het is geloof ik een gebruik dat bij bundels als deze de bijdragen in ruwweg vier groepen uiteen vallen:

- 1) bijdragen over onderwerpen die degene aan wie de bundel is opgedragen geacht worden te interesseren,
- 2) bijdragen van de schrijver zelf over zijn eigen werk waarmee dus een aspect van een collega-in-functie belicht wordt,
- 3) bijdragen van een humoristisch karakter,

en tenslotte:

- 4) bijdragen tot de historiografie (of zelfs hagiografie) van degene aan wie men met de bundel vriendschap wil bewijzen.

Hierdoor ontstaat voor mij een probleem: Ik wil graag ingaan op de uitnodiging mee te werken aan dit Liber Amicorum maar: van Jans vroegere wiskundige arbeid weet ik niets en mijn kennis van de geschiedenis van de wiskunde beperkt zich tot wat standaardwerken. Jans bestuurlijke activiteiten heb ik altijd bekenen met een gevoel van 'gelukkig dat er mensen zijn die zoiets leuk vinden maar blij dat ik dat niet hoeft', dus ook daar kan ik niets over zeggen. Verder zal Jan zeker niet zitten te wachten op een bijdrage over kantoorautomatisering en een humorist ben ik ook al niet. Een stukje in de genres 1 ... 3 kan ik dus maar beter vergeten. Resteert mogelijkheid 4, maar ik laat het schrijven over Jans (werk) geschiedenis graag over aan diegenen die hem wat dat betreft meer van nabij hebben meegemaakt.

Het enige dat mij rest is een omtrekkende beweging: door wat herinneringen op te halen aan contacten die ik met Jan had vanwege onze gedeelde belangstelling voor maritieme geschiedenis en geschiedenis van WOII (contacten die in werktijd plaats vonden), kan ik een klein facetje toevoegen aan de geschiedschrijving van Jan tijdens zijn werkuren.

Het begon zomer '85. Ik was toen op vakantie in Engeland en bracht o.a. enige dagen in Hastings door waar de 'Stichting VOC-schip Amsterdam' pal voor de kust onderwater-archeologie bedreef met de 18-e eeuwse Nederlands koopvaarder 'Amsterdam' als object. In wat barakken op het strand zag ik, naast duikapparatuur, baden met conserveringsvloeistoffen en opgedoken voorwerpen van historisch belang ook een PC (gekregen van IBM, die de stichting ondersteunde) Deze werd o.a. voor object-registratie gebruikt. Er waren wat software-problemen en het was slecht weer, dus ik heb enige vakantiedagen achter dat apparaat gezeten. Daarna kwam vanuit de stichting de vraag of wij (het CWI) ze niet af en toe verder zouden kunnen helpen. Mij leek dat wel leuk, dus na mijn vakantie stapte ik op mijn toenmalige chef (Eldert Slagt) af, die mij meteen doorverwees naar Jan Nuis. Nu wist ik al wel dat die iets met geschiedenis en schepen had (hij zat in het bestuur van het vestingmuseum Naarden en was bij de Marine geweest, zo zei men hier in de wandelgangen) maar zijn onmiddellijke enthousiasme overtrof al mijn verwachtingen: binnen enkele minuten was er toestemming voor enige dagen gratis ondersteuning (het CWI kon zich toen kennelijk nog veroorloven als sponsor op te treden in plaats van naar sponsors te moeten zoeken), waarna Jan meer dan een uur

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

naar allerlei details over organisatorische-, historische- en conserveringsaspecten van dit 'wrakken duiken' vroeg. Daarmee was de basis voor een zich voortzettend contact gelegd.

Enige tijd later werd mij door iemand van het Rijksmuseum gevraagd (ik ken daar wat mensen, vandaar) enkele teksten bij een fototentoonstelling over automatisering ('In het Teken van de Robot') op technische fouten te controleren en een heel globale uitleg te schrijven over de werking van computers. In ruil daarvoor zou op het tekstbord bij de ingang van de tentoonstelling het CWI voor de verleende adviezen bedankt worden. Ik weer naar Jan, die, ook al waren we in die tijd nog niet zo met ons imago bezig, deze vermelding van het CWI meteen zag zitten, juist in die wat ongebruikelijke omgeving.

We zijn toen nog samen naar de opening van de tentoonstelling geweest. In die tijd had Jan zelf al plannen voor een tentoonstelling over het Amsterdamse studentenverzet rondom Kriterion en er is toen nog even gepraat over de mogelijkheid zo'n tentoonstelling in samenwerking met het Rijksmuseum te maken en daar in 1990 (50 jaar na '40) onder te brengen. Daarvan is niets gekomen, de tentoonstelling heeft tenslotte in het Amsterdamse Verzetsmuseum plaats gevonden.

Vanaf die tijd kwam Jan regelmatig mijn werkkamer (destijds schuin tegenover de zijne) binnenvallen om even iets te vertellen over een boek, een krantenartikel of een gesprek met iemand die de hem interesserende gebeurtenissen in WOII nog had meegemaakt. Dat ging meestal als volgt: 'Zeg heb je even tijd? Ja, zomaar even tussendoor hoor, maar....' en dan ontstond er een gesprek van al gauw een uur.

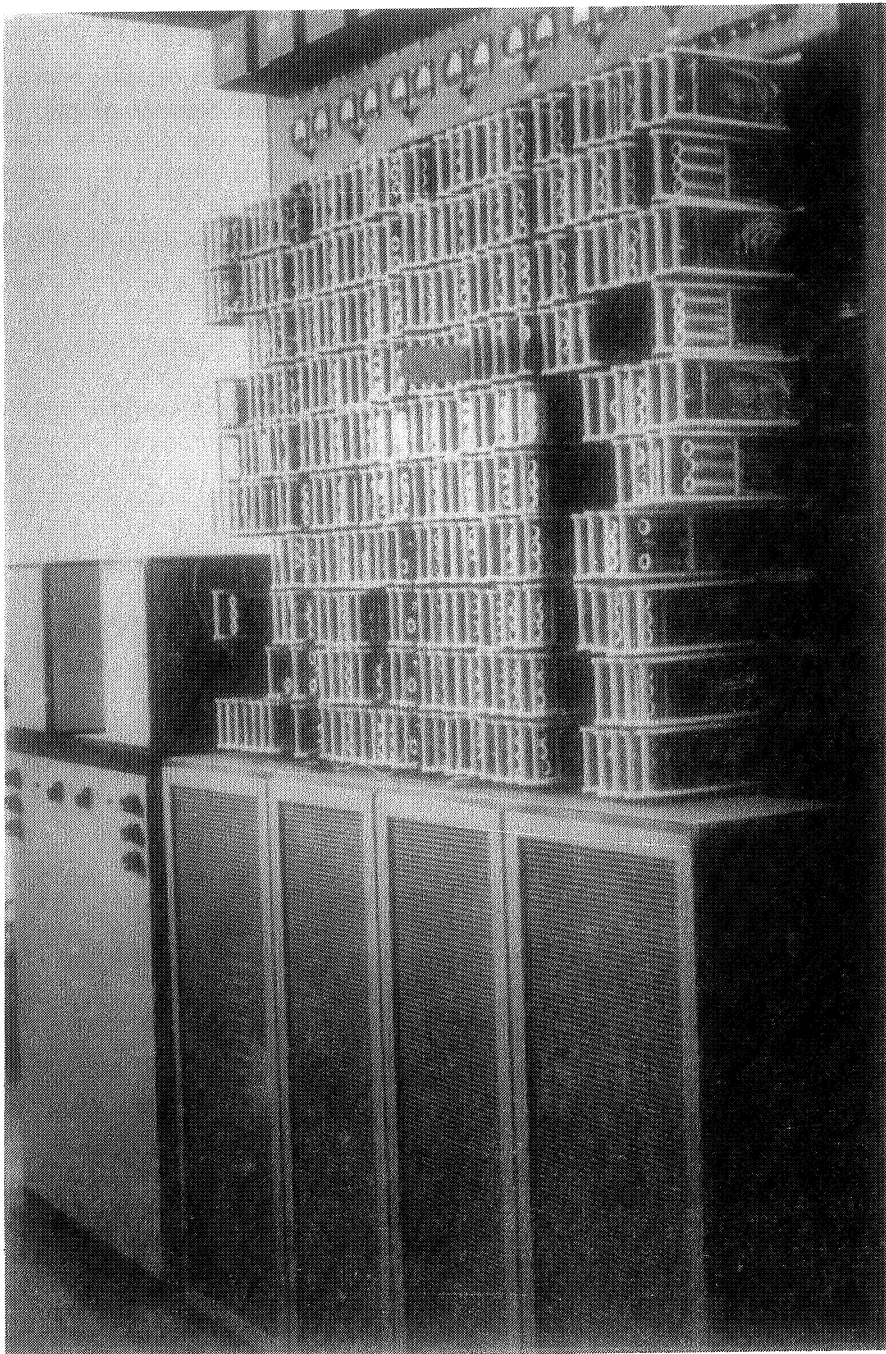
Ook hield Jan zich zelf met historisch onderzoek bezig. Hij had diverse verhalen over genealogie (zijn eigen stamboom) en gaf me een kopie van een leuk artikel van eigen hand: 'Hr.Ms. "Freyr" gedurende de meidagen 1940' in Mars et Historia sep/okt '86 (een Nederlands tijdschrift voor militaire geschiedenis). Hierin beschreef hij de lotgevallen van een rivierkannoneerboot gebouwd in 1877 (waarop zijn vader voer) die tijdens de meidagen van '40 (vanaf de Rijn) o.a. bij de strijd om de Grebbelinie is ingezet.

Verder leenden we elkaar soms boeken: naar aanleiding van een herinnering van Jan over een bombardement op Den Helder dat hij als kind had meegemaakt leende ik hem 'Luchtgevaar' van Korthals Altes, een geschiedenis van de luchtoorlog boven Nederland. Het bombardement waarvan Jan als vanzelfsprekend had aangenomen dat het door de Duitsers was uitgevoerd, bleek naar alle waarschijnlijkheid Engels te zijn. Jones' 'Most Secret War' over de Engelse wetenschappelijke spionage tijdens WOII vond hij even boeiend als ik. Vooral het volgende verhaal hieruit sprak hem in hoge mate aan: als de Engelsen met eskaders jachtvliegtuigen boven het kanaal patrouilleerden met het doel de Luftwaffe uit haar tent te lokken ging deze niet op de uitdaging in, maar zodra er sprake was van gemengde groepen bomwerpers en jagers wel. Het probleem was hoe de Duitse radar-operateurs in hemelsnaam in staat waren het onderscheid te zien. De tenslotte door Jones bedachte oplossing was triviaal: de gemengde eskaders hielden de kruissnelheid aan van de langzamer bommenwerpers; jagers alleen vlogen veel sneller. En inderdaad: meteen de eerste keer dat een eskader jagers de opdracht kreeg met lage kruissnelheid te vliegen steeg de Luftwaffe op.

Tenslotte was er het 'marine-modellenkamer project', een betaalde opdracht om programmatuur te ontwikkelen voor het maken van bouwtekeningen van schepen op grond van metingen aan halfmodellen. Ook hiervoor toonde Jan voortdurend belangstelling en we hebben nog de afspraak lopen de betreffende verzameling van zo'n 300 modellen (opgeslagen in een depot van het Rijksmuseum) gezamenlijk te gaan bekijken. Als je straks tijdens de vut wat meer tijd hebt moet dat toch lukken, Jan!

H. Noot





De achterzijde van de ARRA II.

Duidelijk herkenbaar is de opbouw met slechts drie verschillende standaard insteekelementen.

## Kruislaan Impressies

Ong Ay Ling

Eén groot nadeel als gevolg van de verhuizing in 1980 van het toen nog geheten Mathematisch Centrum naar het huidige WCW terrein aan de Kruislaan is de slechte bereikbaarheid van het terrein met het openbaar vervoer.

Als één van de slachtoffers hiervan moest ik 's ochtends zeker een kwartier vanuit de halte Linnaeusparkweg, waar bus 8 stopte, langs de Kruislaan naar het WCW lopen en 's middags weer terug. Vooral 's middags liep ik een goede kans door een soort wervelwind te worden gepasseerd, die vriendelijk groette. Ondanks de snelheid kon je aan de groet en de wapperende jaspenden meestal Jan Nuis herkennen. Een dergelijke inhaalmanoeuvre was in de periode dat het smalle gedeelte van de Kruislaan nog geen stoep had, beslist niet zonder levensgevaar. Binnen enkele minuten was hij mij honderden meters vooruitgesneld. Inmiddels heb ik mij laten overtuigen dat mijn stappen toch niet zo tekort schieten als ik eerst gedacht had, aangezien zelfs Johan Schlepers mij tijdens dergelijke wandelingen zonder zichtbare moeite goed kon bijbenen.

Regelmatig kregen Jan en ik door een vriendelijke automobilist een lift aangeboden en hadden wij even tijd om enkele woorden te wisselen. Zo kwam ik te weten dat hij een fantastische busverbinding had vanuit de Kruislaan/hoek Middenweg naar Naarden, waar de bus praktisch in zijn achtertuin stopte. Aan de kruising Kruislaan/Middenweg, vóór of ná het stoplicht, sprong hij uit de auto en rende met ware doodsverachting door het verkeer omdat hij nog twee resp. één keer moest oversteken om zijn halte te bereiken.

De echte ellende begon enkele jaren later toen de NS de spoorverbinding naar Almere in gebruik stelde en men het gehele openbare vervoer naar Almere en het Gooi ging reorganiseren. Nu moet je bij dit woord altijd oppassen, want het betekent bijna altijd een verslechtering van de dienstverlening aan vele mensen. Ook voor Jan, want zijn *fantastische busverbinding* werd opgeheven. Hierdoor voelde hij zich verplicht om bijna de gehele nieuwe dienstregeling van Centraal Nederland in zijn geheugen te prenten. Afhankelijk van de tijd dat hij vanuit het WCW startte, probeerde hij een bepaalde bus vanuit de Middenweg te halen waarmee hij onderweg twee keer moest overstappen — of nog beter — een andere bus vanuit de Kruislaan, waarmee hij weliswaar drie keer moest overstappen maar tenminste 5 minuten vroeger in Naarden aankwam mits hij de aansluiting in de Bijlmermeer niet mistte. Wanneer hij toch nog een lift kreeg dan had hij een totaal andere route in petto, nl. één via het Amstel station, waarbij hij een stukje meereed in de metro en ergens in de Bijlmermeer een aansluiting probeerde te halen. Ik weet niet of hij dan weer terugging naar Amstel wanneer hij die aansluiting mistte. Hij rende nog harder de Kruislaan af op weg naar een halte. Zijn zware tas gaf door de zwaartekrachtwerking nog meer vaart aan de beweging vooruit die hij uitoefende. Gelukkig was intussen

de hele Kruislaan van een stoep voorzien; de kans om één van de mogelijke haltes te bereiken was aanzienlijk groter geworden. De enige persoon die hem tijdens deze race kon bijhouden, voor zover ik het kon vaststellen, was Frank Roos. Wanneer zij beiden aan de halte voor bus 8 aankwamen, dan haakte Frank af, hijgend en uitgeput.

Ik heb altijd gedacht dat Jan een uitzondering was en zich hierdoor in vorm hield, zowel geestelijk met dergelijke ingewikkelde hoofdberekeningen voor de snelste en kortste route naar huis, alsook lichamelijk (hij kon menig jogger langs de Kruislaan goed bijhouden). Enkele maanden geleden zag ik echter dat ook Koot en Bie deze activiteiten bij hun medemensen signaleerden waarop ik moet concluderen dat het een meer algemeen verschijnsel blijkt te zijn.

Zou het misschien een goed onderwerp zijn voor een toekomstig onderzoeksproject voor de afdeling Besliskunde? Een dergelijk project zou kunnen leiden tot de ontwikkeling van een zakcomputer met geavanceerde programmatuur voor de beste routebeschrijving van A naar B met het openbaar vervoer, waarbij men onderweg naar behoefte de parameters kan wijzigen.

Intussen veranderen de tijden snel: het Mathematisch Centrum werd omgedoopt tot het Centrum voor Wiskunde en Informatica, de Bijlmermeer heet tegenwoordig Amsterdam-Zuidoost, zelfs bus 8 bestaat niet meer en binnenkort zal over de Kruislaan een wervelwind minder razen.

Juli 1991

$$\sum_{n=1}^{\xi} n^{2h+1} \cos na = (-)^h \frac{1}{2} \left(\frac{d}{da}\right)^{2h+1} \cot \frac{a}{2} +$$

$$+ (-)^h \frac{1}{2} \left(\frac{d}{da}\right)^{2h+1} \left\{ \sin \frac{a}{2} - (\cot \frac{a}{2}) \cos \frac{a}{2} \right\};$$

*Een jong mathemaat Purmerend*  
 Vond asymptotiek soms een gebied-zonder-end.  
 "O Heer die daar des kermels tinnen spreidt".

De laatste term in (16) is gelijk aan een veelvoud in  $\xi$  maal  $\sin \frac{a}{2}$  vermeerderd met een veelvoud in  $\xi$  maal  $\cos \frac{a}{2}$  en derhalve verwaarloosbaar in  $M$ . Dit geeft (16) en (17), terwijl (18) uit (19) volgt.

Stelling 2: Zij a een bestaanbaar getal dat geen veelvoud van  $2\pi$  is. Zij  $\chi(\xi)$  een gegeven functie van  $\xi$  ( $\xi = 0, 1, \dots$ ). Zij k een geheel getal  $\geq 0$ . Zij N een neutrix die elke functie  $e^{ina} \Delta^k \chi(\xi)$  ( $0 \leq h < k$ ) bevat, waarin de coëfficiënten  $c$  willekeurige complexe getallen voorstellen. Dan is

$$(20) \sum_{n=1}^N \chi(n) e^{ina} = - \sum_{h=0}^{k-1} \left( \frac{e^{-ia}}{e^{-ia}-1} \right) \Delta^h \chi(1) + \left( \frac{e^{-ia}}{e^{-ia}-1} \right)^k \sum_{n=1}^N (\Delta^k \chi(n)) e^{ina},$$

indien de laatste geneutraliseerde som bestaat.

Het bewijs verloopt als volgt. De functie

$$g(n) = \frac{e^{i(n+1)a}}{e^{-ia}-1}$$

voldoet aan de volgende identiteit, waarin  $\xi$  een willekeurig geheel getal  $\geq 0$  voorstelt:

$$\sum_{n=1}^{\xi} \varphi(n) e^{ina} = \frac{\varphi(\xi) g(\xi) - \varphi(1) g(0) + \sum_{n=1}^{\xi} (\Delta \varphi(n)) g(n)}{e^{-ia}-1}$$

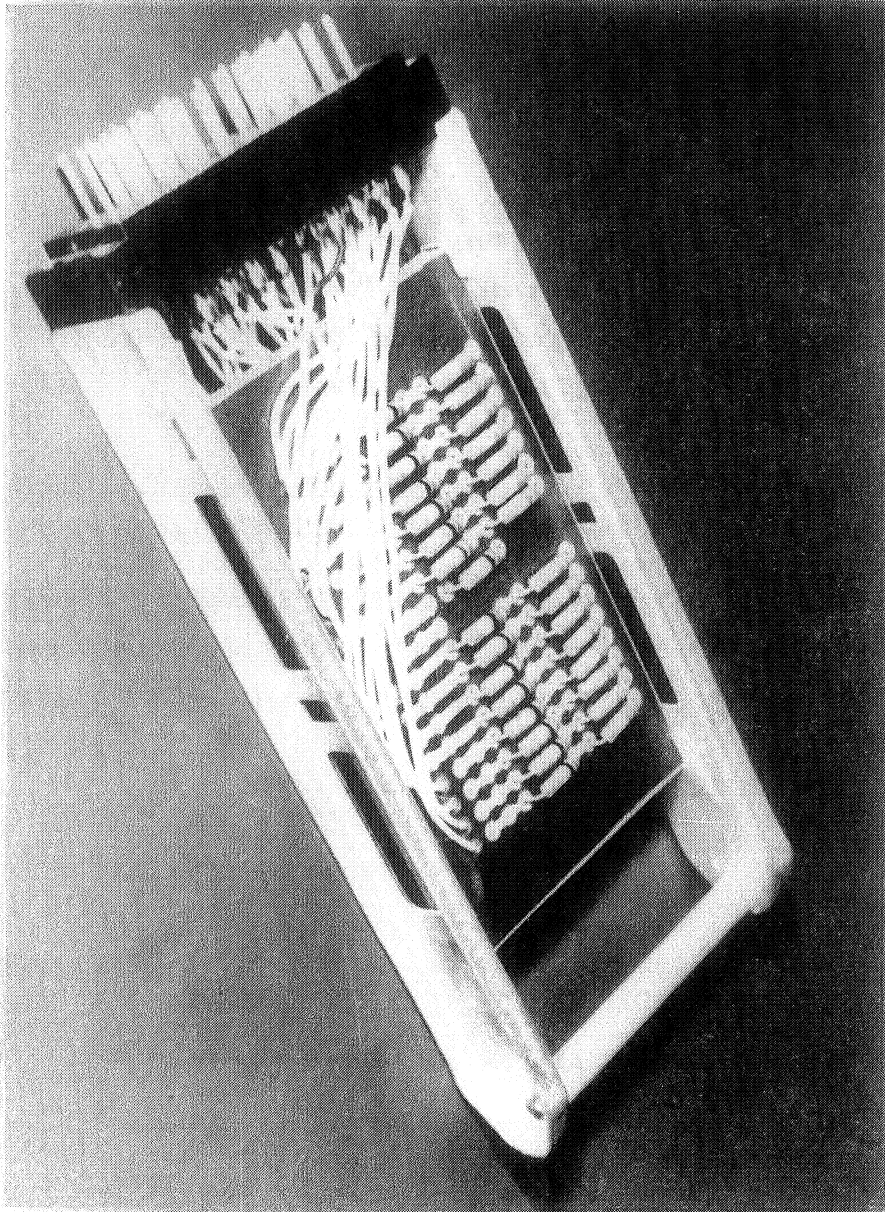
$$= \varphi(\xi) \frac{e^{i(\xi+1)a}}{e^{-ia}-1} - \varphi(1) \frac{e^{ia}}{e^{-ia}-1} + \sum_{n=1}^{\xi} (\Delta \varphi(n)) \frac{e^{ina}}{e^{-ia}-1}$$

*Ria van Oosterbeek*

De eerste term in het rechterlid is verwaarloosbaar in  $M$ . Dus

$$\sum_{n=1}^M \varphi(n) e^{ina} = - \varphi(1) \frac{e^{ia}}{e^{-ia}-1} + \sum_{n=1}^M (\Delta \varphi(n)) \frac{e^{ina}}{e^{-ia}-1},$$

als de laatste som bestaat. In doorgaande vinden we de gevraagde betrekking.



Eén van de standaard componenten van de ARRA II.

Deze opbouw uit componenten was de belangrijkste boodschap waarmee Blaauw de bouwers van de ARRA I overtuigde.

Bladerend in het archief WCW rond het jaar 1973 komen niets dan goede herinneringen boven drijven. De copieën waren nog fotocopieën en dus zeer vergeeld, de brieven op vloeidun doorslagpapier, de teksten kompakt en de besluiten verdergaand dan in menige werkgroep van vandaag na een jaar vergaderschema bereikt kan worden.

We wilden allemaal zo graag bouwen want nieuw was nog vooruitgang en dus beter dan oud en bestaand.

Kijkend naar de luchtfoto van het WCW terrein vóór het bouwen en nog geheel bezaaid met volkstuintjes rondom het FOM instituut besef ik dat het amoveren van deze tuintjes vandaag politiek niet meer zou lukken. Het plan zou er heel anders uit moeten zien, protesten ontziend en actiegroepen vermijdend zouden de tuintjes moeten blijven en het WCW toch moeten bestaan.

Het leek ons aardig een alternatief voor deze gedachte op papier te zetten en het hierbij aan te bieden aan het sympathieke maar van een horzelachtige aandacht voor de verhalen van architecten voorziene lid van de bouwcommissie; Jan Nuis.

Eenmaal weg uit dat centrum van wetenschap weet je nooit wat dit nog voor mooie gedachten kan aktiveren.

Het plan is in alle eenvoud geniaal.

Op de rand van het bouwterrein wordt een gebouw opgetrokken van drie lagen hoog als een gesloten muur om het terrein hetwelk verder gebruikt blijft door de volkstuintjes.

Zelfs de oude IKO gebouwen worden geamoveerd en weer volkstuintjes in ruil voor wat offers aan de randen.

De totale lengte van twee en een halve kilometer schept problemen zowel als voordelen. Intern verkeer zal per rijwiel moeten plaatsvinden, hiertoe bestaat de gang uit een trottoir ter weerszijden met in het midden een rijwielpad.

Parkeren kan voor de deur evenals de rondrijdende bus 66 stopt bij alle hoofdingangen.

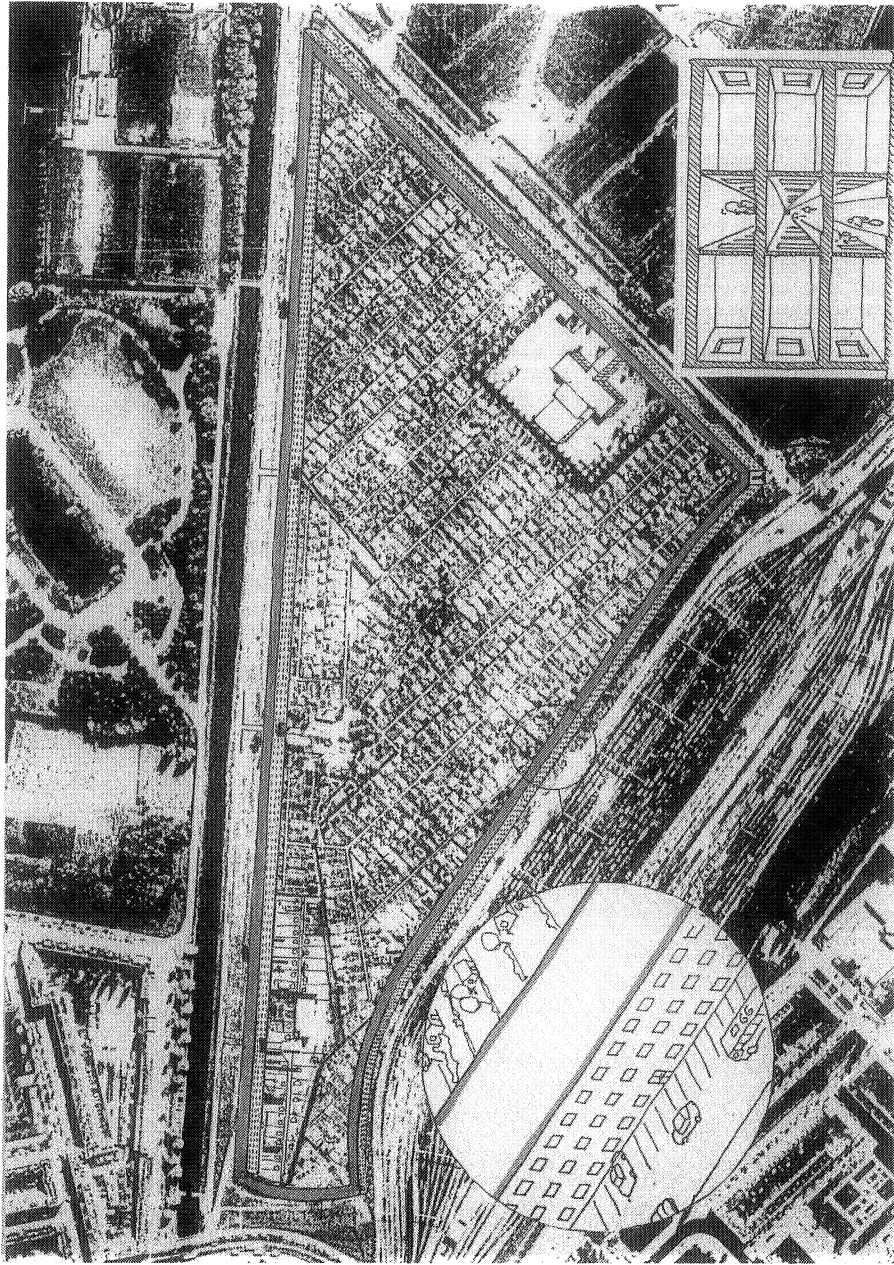
Esthetisch zal een en ander nog nader moeten worden uitgewerkt.

Maar de stadsdeelraad zal hiermee alle inspraakronde's doorkomen want dit is pas sociale vernieuwing.

Namens architectengroep 69 Groenhout,



Rob Poel



## Het SARA-model, een voorbeeld?

Mijn bijdrage aan dit liber amicorum heeft als onderwerp het bestuursmodel van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam. Dat onderwerp is uiteraard gekozen omdat Jan Nuis in de laatste decennia één van de steunpilaren is geweest van dit betrekkelijk uitzonderlijke samenwerkingsverband in de amsterdamse academische en wetenschappelijke wereld, maar ook omdat die samenwerking een uitzonderlijk succes is geworden, omdat dat misschien iets te maken heeft met de gekozen vorm van samenwerking en de bestuurstructuur en -eigenlijk doorslaggevend- omdat ik graag van mijn belangstelling bij het afscheid van Jan Nuis van zijn "ambtelijke" leven blij wil geven en mijn aanrakingsvlak met hem vooral in het SARA-domein heeft gelegen.

De steeds ingewikkelder wordende wereld van samenwerkingsverbanden, federalistische structuren, doelorganisaties en wat al niet zal wel een dankbare bron van bestuurskundige studies zijn. Dit opstel kan -geschreven als het is door een leek op bestuurskundig terrein- natuurlijk niet in het kader van die wetenschap geplaatst worden, maar is meer een blijk van verwondering van een ex-bestuurder over het verschijnsel dat met het simpele praktische doel een dienstverlenende functie in de regionale wetenschappelijke wereld te maken, iets tot stand kwam dat, in tegenstelling tot vele andere recente maaksels, zo hecht in elkaar blijkt te zitten dat het zich zonder echte moeite, en met succes kan handhaven in uitgerekend die technische omgeving, die in de laatste tientallen jaren van alle omgevingen de snelste veranderingen heeft doorgemaakt. Dat is er op zich zelf al een bewijs van dat de fee van de wijsheid aan de wieg heeft gestaan, te meer daar bedacht moet worden dat de participanten -twee naburige universiteiten en een "buiten"-universitaire wetenschappelijke organisatie- uit de aard der zaak niet altijd in pais en vreê kunnen leven. Misschien loont het de moeite een paar elementen op te sporen die mogelijkterwijs aan dat succes hebben kunnen bijdragen. Het onwetenschappelijke karakter van het verhaal staat me toe dat mijn volgorde "willekeurig" is, dat wil zeggen naar mijn willekeur en dus niet beargumenteerd. Voor de eenvoud van stijl en in overeenstemming met de titel van dit verhaal geef ik mijn observaties aan de SARA-samenwerking in de vorm van aanbevelingen.



Bepaal precies waar de organisatie wel en waar die niet voor is, maar doe dat zo globaal mogelijk, zodat er gaande de samenwerking niet veel energie in taakafbakenings-onderhandelingen gaat zitten. Precies en globaal? Ja dat kan in die zin dat het langs krachtig getrokken, niet al te subtiele lijnen moet. Dat houdt een zekere ruwheid in. Daar kun je op onderdelen wel eens spijt van hebben, bijv. als je organisatie zijn vleugels niet mag uitslaan in de puur wetenschappelijke of in de wetenschappelijke toepassingswereld, maar het voorkomt veel ellende. Als troost voor de door de beperkingen gefrustreerden kan dan dienen dat er vele manieren zijn om tot resultaten te komen, dat ook zonder "stichting" goed is samen te werken en dat "alleen" ook zo zijn charmes heeft in sommige situaties.

Maak het deksels moeilijk de regels te veranderen. Het is onvermijdelijk dat spijt op onderdelen optreedt bij het werken met een samenwerkingsovereenkomst. Onderhandelen over wijzigingen is evenwel een moeizaam proces, tenzij men het er van te voren geheel over eens is. Vaak zal het zonde van de energie zijn. Soepele wijzigingsregels lossen het probleem niet op, maar maken het alleen maar erger. Het onderhandelingsproces wordt er meestal niet eenvoudiger van en de frequentie gaat omhoog.

Zorg dat je er bijna niet meer uit kunt stappen en zorg in ieder geval voor een lange opzegtermijn en misschien ook wel voor boeteclausules. Zeker als er sprake is van een samenwerkingsorganisatie die eigen verantwoordelijkheden naar personeel heeft, eisen de belangen van de organisatie en de mensen een vrij krachtige waarborging van de continuïteit. Deze en de vorige stelregel maken dat de organisatie zich in een machtspositie kan gaan voelen en de participanten de gevangenen van hun eigen schepping worden.

Daarom.....

Zorg er voor dat er een geregelde mogelijkheid is om de omvang van de samenwerkingsactiviteiten zich aan de vraag te laten aanpassen in een tempo dat zich goed verhoudt tot aanpassingsmogelijkheden van de organisatie.

Er moet tenslotte in een ademende wereld wel ademruimte blijven bestaan. Echt knellende banden zijn voor geen relatie goed. Ik veroorloof me hier een concrete opmerking over de samenwerkingscondities waarvan ik in dit opzicht vind dat het wel wat anders had gekund en

gemoeten. Te veel is er in de samenwerkingsovereenkomst van uitgegaan dat de groei in het mainframegebruik van alle tijden zou zijn, waardoor krimp in de activiteiten meer bemoeilijkt werd dan nodig was voor redelijke continuïteit. Dat was jammer, maar vergefelijk; er zijn over de hele wereld wat foute schattingen geweest over de grenzen van de groei! Op minischaal heeft zich dat ook bij SARA voorgedaan. Dat was, gegeven de branche waar SARA zich in beweegt dubbel begrijpelijk.

Lever diensten in evenredigheid met de financiële bijdrage. Stop geen idealisme in de financiën. Een samenwerking behoort, ook zelfs als die hogere doelen dient dan het leveren van computer-dienstverlening, op rationele en zakelijke wijze met kosten en geleverde diensten om te gaan. Niet de samenwerkingsorganisatie is de drager van de hogere doelen; dat zijn de participanten immers zelf. Bij een op kwaliteit, efficiency en kostenbeperking gerichte organisatie als SARA geldt dat bij uitstek. Hoe mooi samenwerking ook mag zijn, de calculerende burger (en organisatie) is niet recent ontstaan. Wat word ik er beter van en hoe kan ik optimaal profiteren van de faciliteiten van een voorziening is een houding die nu ook van de individuele burger gerespecteerd en daardoor als vooronderstelling van het te voeren beleid wordt erkend. Bij bestuurlijke relaties als die tussen de participanten en een gezamenlijke dienstverleningsorganisatie is dat natuurlijk nog veel meer eerste uitgangspunt. Maar des te belangrijker is het dat vanaf het begin duidelijkheid bestaat over de vrijheden en onvrijheden die de samenwerking met zich meebrengt inzake het groeien en krimpen van de af te nemen dienstverlening en daarmee van de bijdrage in het bedrijf.

Bij gebrek aan duidelijkheid of te geringe mogelijkheden om de omvang van de participatie te laten bewegen, zal de drang naar onafhankelijkheid en naar het staken van de samenwerkingsbanden te sterk worden en is de "privatisering" met het afdrijven van de organisatie van de stichters en van de oorspronkelijke doelstelling onafwendbaar. Dit is niet als echt afschrikwekkend beeld bedoeld. Een bedrijf dat gestart is in een rol van dienstverlening op basis van samenwerking van en dienstbaarheid aan stichters kan zich in een veranderde technische en economische omgeving omvormen tot een marktorganisatie, voor welke iedere afnemer van diensten even lief is. Maar dan moet daar ook duidelijk voor gekozen worden. Stichters zullen zich daarbij wel af moeten vragen of de marktvrijheid die daarbij naar

buiten toe ontstaat en gedeeltelijk ook het in eigen beheer nemen van dingen die vroeger samen werden gedaan meer voordelen heeft dan het zorgvuldig omgaan met de mogelijkheden die voortgezette samenwerking biedt.

Het lijkt wel alsof mijn Sara-verhaaltje uit gaat dienen tot een verhaal over de privatiseringstendens, die over een breed front in de maatschappij aan de orde is. Ik zal aan die verleiding weerstand bieden om meer dan één reden, maar toch, héél even maar. Zou het voor het uitoefenen van een aantal publieke functies, die tegelijk het karakter hebben van betaalde dienstverlening en die daardoor in het tijdperk van de terugtrekkende overheid soms als eerste aangezien worden voor prettig afstootbaar, niet beter zijn ze voort te zetten als overheidsbedrijf, met een statuut waarin langs "eenvoudige en globale" lijnen is aangegeven wat de opdracht, de vrijheden en beperkingen zijn en hoe het marktgedrag er uit moet zien? Wat is er tegen een overheidssector die geen belastinggeld vraagt, maar met een overheidsopdracht zich in een niet-monopolie positie bedrijfsmatig op de markt beweegt en door de kwaliteit zich weet te handhaven? Zou het kunnen zijn dat politici deze, voor de dienstverlening aan de burger soms zo belangrijke functies ten onrechte gemakkelijker afstootbaar achten dan beleidsapparaten, die vaak tot in afschuwelijke details met beleid of beleidsuitvoering bezig zijn? Zou het kunnen zijn dat we voor het verschaffen van decentrale beleidsruimte vooral behoefte hebben aan het afschaffen van beleidsontwikkeling op een te detaillistisch niveau enerzijds en dat anderzijds goede dienstverlening tegen een redelijke prijs altijd z'n waarde heeft?! M.a.w. is er niet veel te zeggen voor het streefbeeld van een dienstvaardige overheid? Ik zie dat het verband van deze laatste zinnen met het besturen van SARA nog wel aangeduid kan worden met de begrippen dienstverlening en heldere taakdefinitie, maar overigens een wel erg abstract karakter begint te krijgen, dus terug naar mijn serie aanbevelingen voor een goede samenwerking.

Maak een bestuur op top-niveau van de participanten, maar laat veel aan de gebruikers over.

Voor de duidelijkheid herhaal ik nog eens dat we het hebben over een samenwerkingsorganisatie van participanten met een bredere doelstelling en activiteitenpatroon dan de samenwerking zelf. In het SARA-geval beschouwen we de universiteiten en de SMC als de samenwerkende participanten. Dat zou niet persé hoeven. Je zou ook kunnen uitgaan van faculteiten en afzonderlijke onderzoeksinstituten als zo-

danig. Dan zouden die direct het bestuur moeten vormen, maar ook voor de geldmiddelen moeten zorgen in een directe relatie met SARA. Mijn punt is dat het bestuur moet bestaan uit mensen die een centrale verantwoordelijkheid dragen in de financierende organisatie. Een raad op werk(gebruikers)niveau) die de directie adviseert is daarbij ook nodig om er voor te zorgen dat het bestuur slechts af en toe een echte beleidsknoop hoeft door te hakken. Verder is de functie van het bestuur vooral: zien en horen dat het goed gaat.

Maak de samenwerking in de structuur niet afhankelijk van de onderdelen van de participanten. Laat ieder zijn eigen sores oplossen. Eigenlijk hangt dit punt direct samen met het voorgaande. Natuurlijk zal iedere participant, die verantwoordelijkheid voor zijn eigen organisatie, maar ook voor de samenwerkingsinstantie draagt, soms in de problemen komen omdat de belangen wel eens strijdig zijn. In m'n SARA-bestuursperiode heb ik uit soms pijnlijke ervaring moeten leren dat de bestuurder in die rol de problemen in het eigen huis ook daar zal moeten oplossen, dat het daarbij betrekken van de samenwerkende bestuurders van "anderen huize" niets oplost. De andere kant van deze medaille is dat het ook weinig zin heeft in de samenwerkingsorganisatie (Sara-bestuur) de problemen van de eigen organisatie als gesprekstof in te brengen anders dan als argumentatie van concrete voorstellen die men in zou willen brengen, m.a.w. de eigen aard is interessant in de samenwerkingsorganisatie voor zover dat directe belangrijke eisen stelt aan de samenwerking die ook in concrete besluiten vertaald kunnen worden.

Treed naar buiten toe op als eenheid en eis dat ook de buitenwereld die eenheid erkent. Uiteraard geldt deze wenselijkheid slechts voor het activiteiten- en verantwoordelijkheidsdomein van de organisatie. Dit kan beschouwd worden als nog een reden om toch vooral precies te omschrijven wat die domeinen zijn. Een grappig voorbeeld van deze problematiek deed zich bij SARA voor bij de opheffing van de post op de O&W-begroting genaamd Centraal Computerartikel. De slogans "eigen meesterschap" en "afstandelijke overheid" en wat daar als beleid achter zat brachten de minister er toe die post te verdelen over de 13 universiteiten. Dat er twee universiteiten zijn die dat domein in een samenwerkingsorganisatie hadden ondergebracht, was iets dat er in Zoetermeer bijna niet in te "rammen" was.

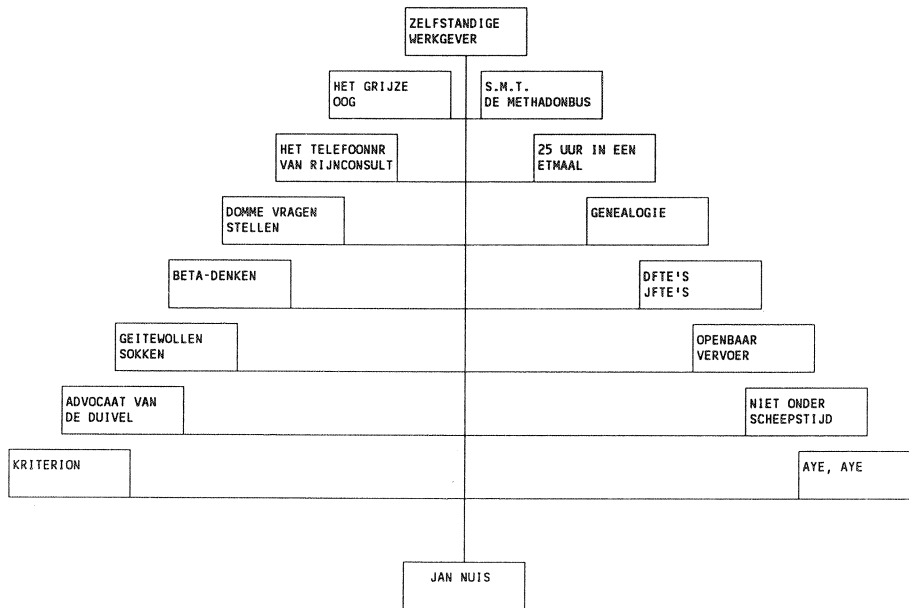
Aan het eind gekomen van wat mij voor ogen komt als ik denk aan wat voor houdingen het zijn die SARA tot een succes hebben gemaakt, maak ik nog één wat meer buiten het SARA-domein liggende opmerking, waarbij de voorbeeldfunctie zich aan me opdringt. In discussies over de reorganisatie van het binnenlands bestuur, de schaalvergroting van gemeenten en bij de gewestvorming heeft een rol gespeeld dat z.g. "gemeenschappelijke regelingen" voor democratisch gekozen lichamen moeilijk controleerbaar zijn, waaruit een argument voor bestuurlijke schaalvergroting en tegen bijv. binnengemeentelijke decentralisatie werd afgeleid. Afgezien van andere argumenten tegen deze redenering lijkt het me dat, als een aantal van de fouten die bij de SARA-formule niet zijn gemaakt, ook bij de gezamenlijke verzorging van functies van gemeenten vermeden worden, een effectieve hantering van het middel van de "gemeenschappelijke regeling" wordt bevorderd en dat de dienstvaardige dienstverlening voor de burger daar wel eens zeer mee gediend zou kunnen zijn. De angst voor gemeenschappelijke regelingen zou daardoor terecht af kunnen nemen.

Al diegenen die voor een consequente en vasthoudende hantering van de essentialia van de SARA-formule hebben gezorgd, en zeker geldt dat voor Jan Nuis, hebben iets bijgedragen aan wat bij het bestuur van openbare instituties soms te veel ontbreekt: duidelijke taakafbakening, duidelijke verantwoordelijkheidsverdeling en daardoor bestuurlijke effectiviteit.

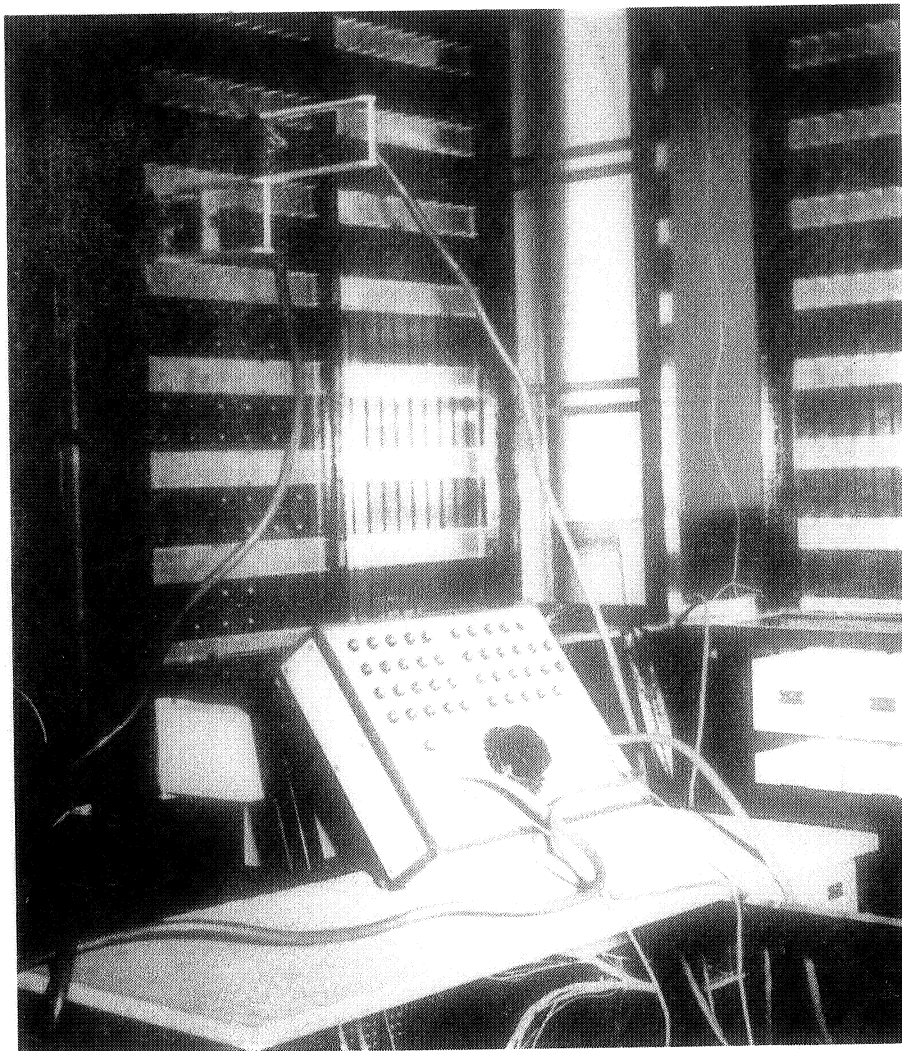
Aan de vasthoudendheid en aan dat consequente gedrag in het kader van het SARA-bestuurswerk, de grote loyaliteit en de ontspannen wijze van omgang van Jan Nuis vooral ook buiten de vergaderingen, bewaar ik de prettigste herinneringen.

8 oktober 1991

Roel Poppe

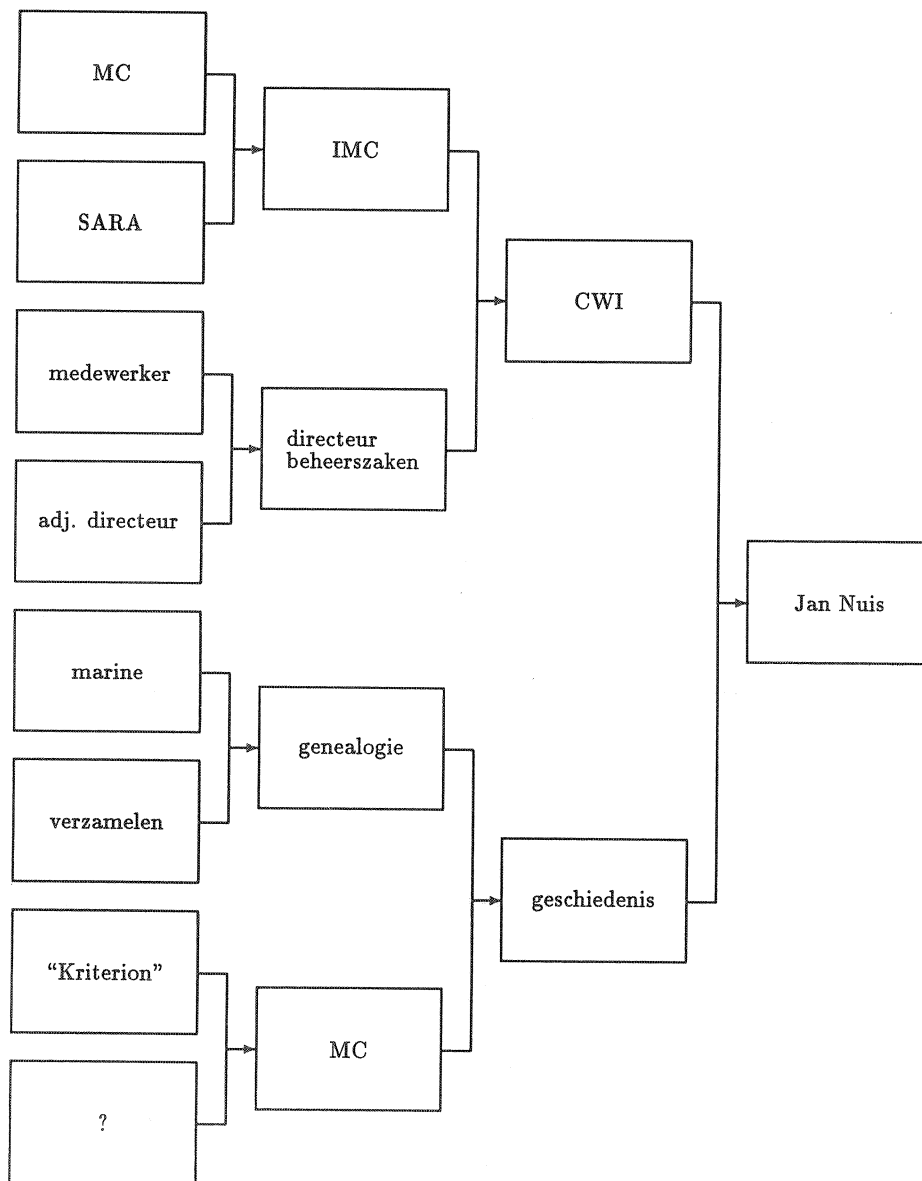


*Bedankt,  
Jan Nuis*



Om de bedrading van de ARMAC efficiënt door te meten was een speciaal "slim" kastje gebouwd.

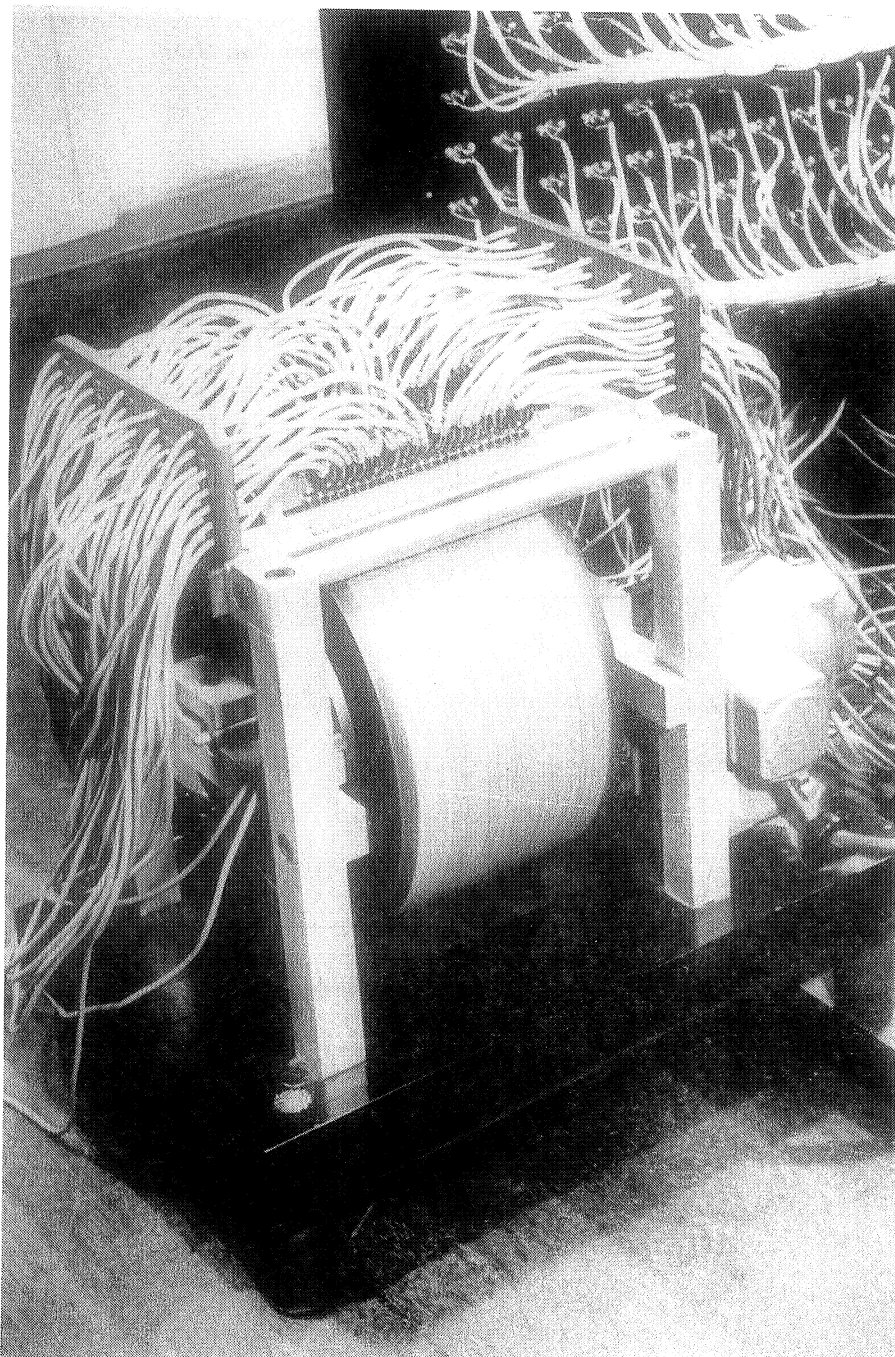
### Genealogische kwartierstaat van Jan Nuis



Als herinnering aan een periode van intensief contact, waarbij ook ruim plaats was voor ons beider belangstelling, heb ik de vorm van mijn bijdrage voor zichzelf willen laten spreken.

Frank Roos





De geheugentrommel van de ARMAC.

Aan Jan Nuis, mijn buurman:

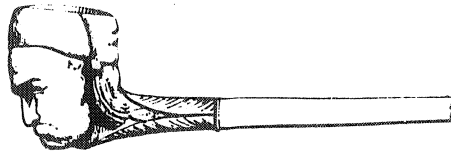
Jan, wij hebben een bijzondere relatie: wij kennen elkaar van twee "lanen", de Kruislaan en de Graaf Willem de Oudelaan. Meestal zien wij elkaar op straat, op weg naar huis, op weg naar het WCW: wij wonen en werken tegenover elkaar.

Onze eerste kennismaking was ook op straat: ik pikte je op, dat wil zeggen ik gaf je een lift en voor dat we aan het einde van de Kruislaan waren - waar je altijd zo energiek stapt - hadden we al een leuk gesprek. Zo ging dat verder en af en toe reden we samen in de file en konden we weer even bijpraten. Zo'n Gooise file is daar heel geschikt voor!

Ik leerde je kennen als een man met vele hobbies en op een dag wist jij dat ik pijpekoppen verzamelde. Dat had ook jouw interesse. Eén van jouw bezigheden is het snuffelen in antiquarische boeken en tijdschriften en daardoor vond je vele unieke artikelen over de Goudse pijpen. Ik ben je dankbaar dat je die informatie steeds in mijn brievenbus stopte.

Pijpen vertellen een historie. Zo was het vroeger gebruikelijk dat beeltenissen van bekende personen op een pijpekop werden uitgedragen. Of kregen de bezoekers na afloop van een voorstelling of feest een pijp met de kop van de acteur of het feestvarken cadeau. Als men die pijp dan opstak, wist de hoofdpersoon dat hij in de smaak was gevallen.

Als we aan het begin van deze eeuw geleefd hadden zou ik de firma Goedewaagen te Gouda gevraagd hebben een 'herdenkingspijp' voor het feest van 22 november te ontwerpen. Met jouw beeltenis erop en als hielmerk "de gekroonde JN". En ik zou hem opsteken ook. Maar dat kan helaas niet meer, dus moet je het maar met deze afbeelding doen.



Er valt binnenkort één laan af, maar die andere laan zal - naar ik hoop - nog lang door ons gedeeld worden. Veel geluk voor de toekomst, ook voor Marie José en de kinderen.



Louise Roos



De ARMAC in bedrijf in 1957. Let op de hoekiger vormgeving in vergelijking met de ARRA II.  
Aan het bedieningspaneel zit Loes Kaarsemaker.

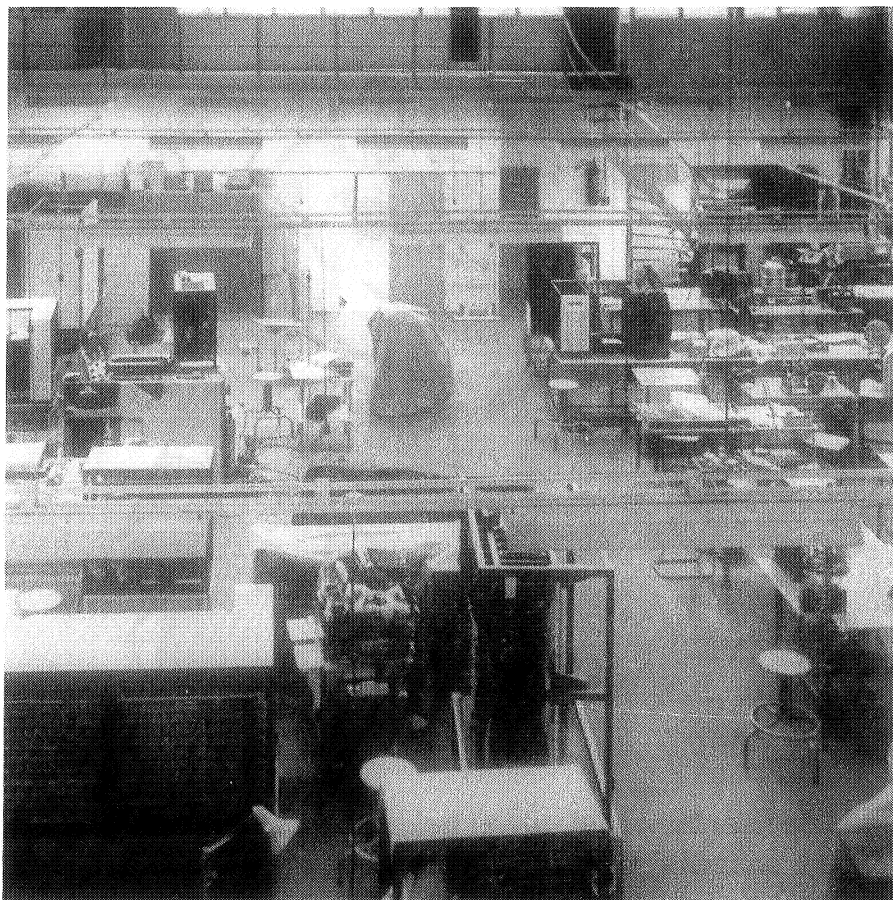


Dit is de heer Bommel, u wel bekend,  
u kwam daar altijd heel vroeg mee aangerend.

Als ú ze uit de krant blijft scheuren,  
kunt u altijd bij òns terecht voor het snijgebeuren.

Ook het drukwerk blijven we doen met veel lef,  
vooral als u in de toekomst nog wat heeft van Unicef.

*Jan Schipper,  
namens de jongens van de repro.*



De fabriekshal van de N.V. Electrologica aan de Willem Fenengastraat in Amsterdam. Herkenbaar zijn de X1 machines in diverse stadia van de bouw.

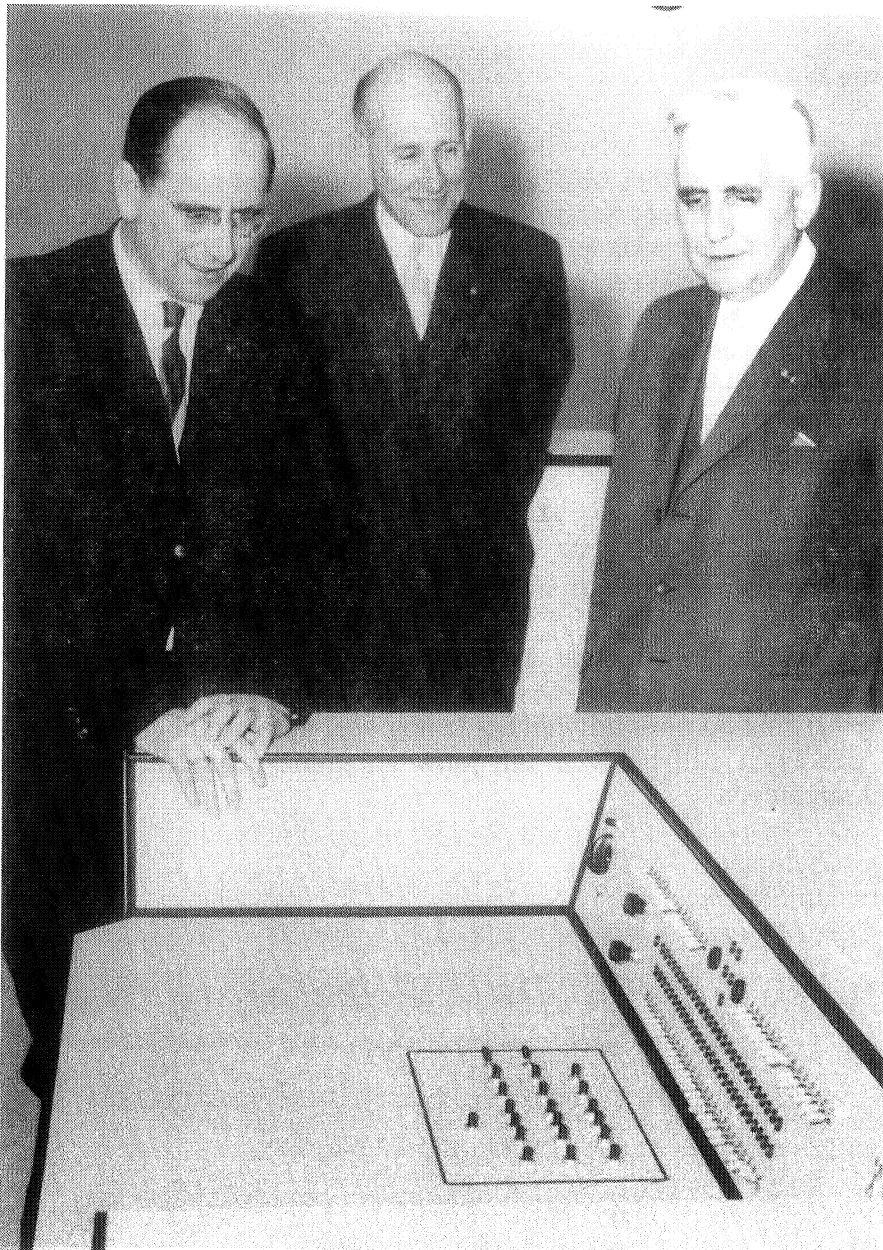
Beste Jan,

Een dezer dagen is het twintig jaar geleden dat ik tegenover jou in jouw kamertje in "het MC" aan de Boerhaavestraat aan mijn SARA-rally begon. Ik moet zeggen aan onze rally, want met jou als coördinator, contactpersoon en bestuurslid heb ik een heel traject afgelegd. Jij toonde je daarbij een perfecte kaartlezer, die mij voor afdwalingen mijns wegs behoedde. De enige keer dat jij mij niet wist te overtuigen nam ik in Washington DC volgens jou te snel de kruispunten. Nog steeds meen ik dat jij mijn stelling, dat de kans op een botsing kleiner is naarmate men sneller de kruising neemt, onvoldoende hebt weerlegd.

Na de jaren van SARA bij de VU kwamen we in ZWOCOCO-verband weer samen in het WCW. Uit blijdschap daarover liet ik jou toen wonen op mijn grond en jij mij op de jouwe.

Maar bestuurderen komen, bestuurderen gaan. En zelfs het (S)MC gaat als partner uit SARA. Ik hoop Jan, dat jij met evenveel plezier als ik terug kijkt op onze rally en dat je nog veel tijd zult mogen besteden en genoeg zult beleven aan jouw volgende puzzelrit: die in de Rijksarchieven.

Tjaart Schipper,  
directeur SARA



Eén van de eerste X1 machines werd op 1 mei 1960 officieel overgedragen aan het CBS. Minister J.W. de Pous (E.Z.) is er kennelijk nog wat verlegen mee.  
Rechts Ph.J. Idenburg, directeur-generaal van het CBS.

UTRECHT. 17 oktober 1991  
CICEROLAAN 4  
TEL. (030) 51 21 59

Beste Jan,

Ik weet niet meer wanneer we elkaar voor het eerst ontmoet hebben, maar dat moet lang geleden zijn. Een regelmatig contact ontstond echter pas na mijn intrede in het Curatorium, nu zo'n 12 jaar geleden. Het Centrum zetelde toen nog in de Tweede Boerhaavestraat, van Wijnngaarden zwaaide er nog de scepter en hij was druk bezig met de nieuwbouw in de Watergraafmeer. Ik heb sindsdien met waardering gezien hoe je allerlei lastige klussen klaarde toen het Centrum moest uitgroeien tot een toonaangevend instituut op het terrein der informatica en toen het naderhand ook weer moest inkrampen. Alsof de problematiek op zichzelf niet al moeilijk genoeg was moest je dan ook de OR nog van de noodzaak van de voorziene maatregelen overtuigen. Maar de manier waarop je met al dit soort zaken omging gaf mij de indruk dat je een en ander toch ook wel als een soort sport beschouwde. Evenwel, ook sport kan slopend zijn, en ik kan me dan ook wel voorstellen dat je, in de onmogelijkheid zich daartoe voordeed, deze arena wilt verlaten.

Ter opluistering van dit afscheid bied ik je gaarne bijgaande overwegingen aan over een onderwerp dat je wellicht nog zal doen terugdenken aan je beginjaren bij het Centrum. Er worden in dit stukje wat accenten gelegd waar ik zo in de loop van de jaren bij het onderwijs op gekomen ben, maar die je, voor zo ver ik weet,



niet in de literatuur aantrift. Liever dan het geheel in termen van abstracte theorie in een Banachs ruimte setting te zetten heb ik de stijl wat informeel gehouden (zo kom je nogal eens het teken  $\approx$  tegen); een zekere lichtvoetigheid leek mij wel passend voor de geleesbaarheid en aangename voor de lezer (jij dus)

Ik wens je aangename lectuur, maar bovenal een heel goede derde levensfase toe.

Braun

**Enkele overwegingen bij de methode van Newton-Raphson**

Prof.dr. A. van der Sluis

Aangeboden aan Drs. J. Nuis ter gelegenheid van zijn afscheid van de Stichting Mathematisch Centrum.

**1. DE METHODE VAN NEWTON-RAPHSON**

De methode van Newton-Raphson om een niet-lineaire vergelijking

$$(1) \quad f(x) = 0$$

op te lossen is het iteratieve proces

$$(2) \quad x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

uitgaande van een gekozen startwaarde  $x_0$ .

Onder omstandigheden convergeert dit proces heel snel zoals onderstaand voorbeeld 1 aantoont, maar het kan ook wel veel langzamer gaan zoals we in voorbeeld 2 zien. Hierin stelt  $\alpha$ , zoals verder steeds in dit stuk, een wortel van de vergelijking (1) voor.

$f(x) = x^3 + 3x - 4$
$\alpha = 1$
$x_0 = 2$
$x_1 = 1,33333333333333$
$x_2 = 1,04888888888889$
$x_3 = 1,0011751554604$
$x_4 = 1,0000006902246$
$x_5 = 1,0000000000002$
$x_6 = 1,0000000000000$

Voorbeeld 1

$f(x) = x^3 - 3x + 2$
$\alpha = 1$
$x_0 = 2$
$x_1 = 1,55556$
$x_2 = 1,29791$
$x_3 = 1,15539$
$x_4 = 1,07956$
$x_5 = 1,04029$
$x_6 = 1,02028$

Voorbeeld 2

Het snelle convergentiegedrag in voorbeeld 1 is in feite het gebruikelijke gedrag van Newton-Raphson, waaraan ook de methode haar populariteit dankt. Dit gedrag wordt door veel mensen kort samengevat met: bij Newton-Raphson wordt per stap het aantal goede cijfers ongeveer verdubbeld.

Het gedrag in voorbeeld 2 is in zekere zin exceptioneel: bij elke stap wordt de fout slechts ongeveer gehalveerd.

2. ANALYSE VAN HET SNELLE CONVERGENTIEGEDRAG

De opeenvolgende fouten  $x_i - \alpha$  voldoen aan

$$(3) \quad x_{i+1} - \alpha = (x_i - \alpha)^2 \frac{f''(\xi_i)}{2f'(x_i)}, \quad \xi_i \text{ tussen } x_i \text{ en } \alpha$$

Als  $f'(\alpha)$  en  $f''(\alpha)$  beide  $\neq 0$  dan geldt voor  $x_i$  in de buurt van  $\alpha$  dus

$$(4) \quad x_{i+1} - \alpha \approx A(x_i - \alpha)^2$$

met  $A = f''(\alpha)/2f'(\alpha)$ . Als nu bijvoorbeeld  $A = 1$  en  $x_i - \alpha = 10^{-1}$  voor zekere  $i$  dan is  $x_{i+1} - \alpha \approx 10^{-2}$ ,  $x_{i+2} - \alpha \approx 10^{-4}$ ,  $x_{i+3} - \alpha \approx 10^{-8}$  etc. Er is dus een zeer snelle toename van het aantal goede cijfers. Maar blijkt hier nu uit dat dit aantal per stap verdubbelt?

3. HET AANTAL GOEDE CIJFERS

Met het praten over het aantal goede cijfers moet men oppassen. Als de exacte oplossing van een probleem het getal 1 is en men vindt als benadering 0,9999999999999999 dan heeft men geen enkel goed cijfer, maar de benadering is wel erg goed. Als men echter "16 goede cijfers" interpreteert als: "de relatieve fout is  $10^{-16}$ " (wat in de meeste concrete situaties ongeveer op hetzelfde neer komt), dan is er in de gegeven situatie niets aan de hand. Algemeener zullen we onder het aantal goede cijfers de (niet noodzakelijk gehele) waarde

$$(5) \quad -^{10}\log \epsilon$$

verstaan, waarin  $\epsilon$  de relatieve fout is.

4. VERDUBBELING VAN HET AANTAL GOEDE CIJFERS BIJ NEWTON-RAPHSON ALS  $f'(\alpha)$  EN  $f''(\alpha) \neq 0$ ?

4.1 We herhalen de vraag (aan het eind van §2) of het aantal goede cijfers (in de zin van §3) per stap verdubbelt als we dicht bij  $\alpha$  zijn. Zij dus  $n_i = -^{10}\log \left| \frac{x_i - \alpha}{\alpha} \right|$  het aantal goede cijfers in  $x_i$ , voor elke  $i$ , dan volgt uit (4)

$$(6) \quad \begin{aligned} n_{i+1} &= -^{10}\log \left| \frac{x_{i+1} - \alpha}{\alpha} \right| \approx -^{10}\log \left| \alpha A \left( \frac{x_i - \alpha}{\alpha} \right)^2 \right| \\ &= -^{10}\log |\alpha A| + 2n_i \end{aligned}$$

en inderdaad, in geval van convergentie van het Newton-Raphson proces:

$$(7) \quad \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{n_{i+1}}{n_i} = 2.$$

Echter, voor het beperkte aantal cijfers waarmee computers werken of waarin we zelf geïnteresseerd zijn (zeg 10 à 15) zal die verdubbeling alleen ten naaste

bij optreden als  ${}^{10}\log|\alpha A|$  niet meer dan 1 of 2 is. In voorbeeld 1 is  $\alpha A = \frac{1}{2}$ , dus  ${}^{10}\log|\alpha A| < 0$ , zodat men inderdaad, voldoende dicht bij de wortel, elke stap zelfs nog iets beter dan verdubbeling van het aantal goede cijfers mag verwachten. In dit voorbeeld is dit zelfs vanaf het begin het geval (bijv.  ${}^{10}\log(x_2 - \alpha) / {}^{10}\log(x_1 - \alpha) = 2.74$ ).

4.2 We zien echter uit (6) ook nog

$$(8) \quad n_{i+1} - n_i \approx 2(n_i - n_{i-1}).$$

Dit zegt dus dat de *toename van het aantal goede cijfers elke stap verdubbelt* en dit hangt er nu niet meer van of  $\alpha A$  groot is of niet. Dit is dus een veel algemener resultaat, dat toepasbaar is voor elk rangnummer  $i$  waarvoor  $|x_{i-1} - \alpha| \leq \delta$  en  $|x_i - \alpha| \leq \delta$  als  $\delta$  zodanig is dat  $\frac{f''(\xi)}{f'(x)} \approx \frac{f''(\alpha)}{f'(\alpha)}$  voor  $|\xi - \alpha| < |x - \alpha| \leq \delta$ .

4.3 Nog even terugkerend naar 4.1 vragen we ons af wat de conditie  $|\alpha A| \leq 1$  (waarbij dus het aantal goede cijfers zelf verdubbelt) voor de functie  $f$  betekent. Nemen we eens voor  $f$  de kwadratische functie  $x \mapsto (x - \alpha)(x - \beta)$ , dan is  $A = \frac{f''(\alpha)}{2f'(\alpha)} = \frac{1}{\alpha - \beta}$ . De conditie  $|\alpha A| \leq 1$  betekent nu dat  $\beta$  buiten het interval  $(0, 2\alpha)$  moet liggen. Dus voor een willekeurige functie mogen we in de buurt van de wortel elke stap (minstens) verdubbeling van het aantal goede cijfers verwachten als de functie zich in de buurt van de wortel voldoende gedraagt als een kwadratische functie waarvan de andere wortel buiten het interval  $(0, 2\alpha)$  ligt.

#### 5. HET GEDRAG VAN NEWTON-RAPHSON ALS $f'(\alpha) \neq 0$ , $f''(\alpha) = 0$

Hierover willen we kort zijn. Wegens  $A = 0$  zegt formule (4) nu niet zo veel meer. Het is wel duidelijk dat de convergentie nu erg snel gaat. Als  $f'(\alpha) \neq 0$ ,  $f''(\alpha) = \dots = f^{(p-1)}(\alpha) = 0$ ,  $f^{(p)}(\alpha) \neq 0$ , dan wordt voldoende dicht bij de wortel de toename van het aantal goede cijfers elke stap  $p$ -voudig.

#### 6. HET GEDRAG VAN NEWTON-RAPHSON ALS $f'(\alpha) = 0$

Nu geldt (4) blijkbaar niet meer en dat nu ook de snelle convergentie verdwenen kan zijn toont voorbeeld 2. Als  $\alpha$  een  $p$ -voudig nulpunt van  $f$  is, d.w.z.

$$(9) \quad f(x) = (x - \alpha)^p g(x), \quad g(\alpha) \neq 0,$$

dan vindt men

$$(10) \quad x_{i+1} - \alpha = (x_i - \alpha) \left[ 1 - \frac{1}{p + (x_i - \alpha)g'(x_i)/g(x_i)} \right],$$

dus voor  $x_i$  in de buurt van  $\alpha$

$$(11) \quad \frac{x_{i+1} - \alpha}{x_i - \alpha} \approx 1 - \frac{1}{p}.$$

Er gaat dan dus per stap slechts een fractie  $\frac{1}{p}$  van de fout af, hetgeen goed correspondeert met voorbeeld 2, waar  $p=2$ .

Als  $f'(\alpha)=0$  convergeert Newton-Raphson dus langzaam. Bijv. voor  $p=2$  heeft men 10 iteratieslagen nodig om het aantal goede cijfers met 3 te laten toenemen, en voor  $p=3$  zelfs 17 slagen.

7. VERSNELLING VAN NEWTON-RAPHSON ALS  $f'(\alpha)=0$ .

7.1 Er zijn allerlei pogingen ondernomen om ook in het geval van meervoudige wortels snellere convergentie te krijgen.

Een manier om dit te doen is gebaseerd op de overweging dat (11) impliceert

$$(12) \quad \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i - x_{i-1}} \approx 1 - \frac{1}{p}.$$

Met behulp hiervan schat men  $p$  als het gehele getal waarvoor (12) zo goed mogelijk vervuld is (in het algemeen weet men nl. niet van te voren wat  $p$  is).

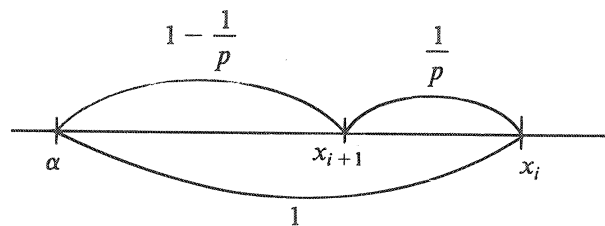


Fig. 1

Met behulp van (11) kan men nu in fig. 1. de verhoudingsgetallen  $1 - \frac{1}{p}$  en 1 invullen, waaruit dan het verhoudingsgetal  $\frac{1}{p}$  volgt, en bijgevolg

$$(13) \quad x_{i+1} - \alpha \approx \frac{1 - \frac{1}{p}}{\frac{1}{p}} (x_i - x_{i+1}).$$

Zo vindt men als nieuwe benadering

$$(14) \quad \alpha \approx x_{i+1} - (p-1)(x_i - x_{i+1}).$$

Door nu deze benaderingswaarde opnieuw als  $x_0$  te nemen, en nieuwe  $x_1, x_2$  uit te rekenen, opnieuw  $p$  te bepalen en weer m.b.v. (14) een nieuwe benadering voor  $\alpha$  te bepalen etc. krijgen we een snel convergent proces.

We merken nog op dat het proces voor  $p=1$  gewoon het Newton-Raphson proces is (zie (14)) vanaf het moment dat (12) ook  $p=1$  oplevert.

Inmiddels is het proces niet zonder bezwaren, waarop we in § 9.1 terugkomen.

7.2 In zijn artikel "A derivative-free transformation preserving the order of convergence of iteration methods in case of multiple zeros" (Numer. Math. 33, pp. 385-389 (1979)) gaat J.B. Kioustelidis als volgt te werk. Hij merkt eerst op dat als  $f$  een meervoudig nulpunt heeft,  $g = f/f'$  slechts een enkelvoudig nulpunt heeft, en Newton Raphson toegepast op  $g$  dus snel zal convergeren. Deze methode heeft echter het nadeel dat men nu ook  $f''$  moet uitrekenen, zodat men in een op deze methode gebaseerde algemene oplosprocedure subroutines voor  $f$ ,  $f'$  en  $f''$  moet meegeven.

Om dit bezwaar te ondervangen vervangt hij nu in de definitie  $g = f/f'$  de noemer door het differentie quotient  $\frac{f(x+f(x))-f(x)}{f(x)}$ , en beschouwt dus

$$(15) \quad h(x) = \frac{f^2(x)}{f(x+f(x))-f(x)}.$$

Klaarblijkelijk heeft  $h$  nog steeds  $\alpha$  als nulpunt, en Kioustelidis toont aan dat voor  $f \in C^{p+1}$  geldt

$$(16) \quad h'(\alpha) = \frac{1}{p},$$

dus  $\alpha$  is een enkelvoudig nulpunt van  $h$ , en dit geldt ook nog als  $p = 1$ .

Echter ook deze methode is niet zonder bezwaar, zoals we na het volgende intermezzo zullen zien.

#### 8. INTERMEZZO OVER ONBETROUWBAARHEIDSINTERVALLEN

Bij alle general-purpose oplosmethoden voor niet-lineaire vergelijkingen bepaalt het teken van de berekende  $f$ -waarde samen met additionele informatie of de volgende iterand links of rechts van de huidige komt te liggen. Bijv. bij Newton-Raphson: als  $f' > 0$  in de buurt van  $\alpha$  dan zegt  $f(x_i) \geq 0$  dat  $x_{i+1} \leq x_i$ .

Evenwel, de berekende  $f$ -waarden zijn met afrondfouten behept, en wanneer deze een bedrag  $\pm \epsilon$  kunnen belopen dan kan in principe in ieder punt van het interval  $(a, b)$  (zie fig. 2) een functiewaarde worden opgeleverd met een teken tegengesteld aan dat van de ware  $f$ -waarde ter plaatse, en als dat gebeurt wordt men dus bij Newton-Raphson de verkeerde kant opgestuurd. Evenzo is het mogelijk dat bijv. in het punt  $b$  de waarde 0 wordt opgeleverd, en dan blijft het proces daar "hangen": numeriek gesproken is het proces nu uitgeconvergeerd.

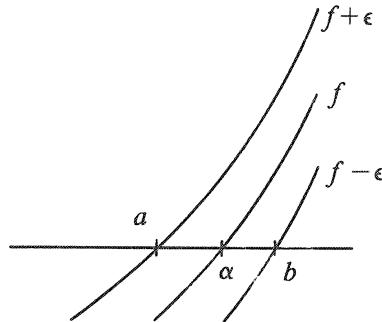


Fig. 2

Men mag er dus niet op rekenen dat een iteratie proces betere benaderingen voor de wortel  $\alpha$  oplevert dan  $a$  of  $b$ . Men noemt het segment  $[a, b]$  daarom het onbetrouwbaarheidsinterval voor de wortel  $\alpha$ . Als  $f'(\alpha) \neq 0$  dan is blijkbaar

$$(17) \quad b - \alpha \approx \alpha - a \approx \frac{\epsilon}{|f'(\alpha)|}.$$

Bij een  $p$ -voudig nulpunt (zie (9)) is

$$(18) \quad b - \alpha \approx \alpha - a \approx \left| \frac{p! \epsilon}{f^{(p)}(\alpha)} \right|^{1/p}.$$

Onder de aanname dat  $\epsilon$  evenredig is met  $10^{-k}$  als  $k$  het aantal decimalen in de floating point mantisse is (dit is bij de standaard Wilkinsonse fouten analyse het geval; analoog bij binaire arithmetiek) zal dus het bereikbare aantal goede cijfers in de benadering bij een 2-voudig nulpunt slechts half zo snel toenemen als het aantal cijfers waarmee men werkt. Bij het rekenen met  $k$  decimalen ziet men dan ook meestal dat niet meer dan  $\frac{1}{2}k$  goede cijfers bereikt kunnen worden. Analoog bij een 3-voudige wortel niet meer dan  $\frac{1}{3}k$  goede decimalen.

Ter illustratie kijken we naar de vergelijking in voorbeeld 2, waar we een tweevoudige wortel hebben. Als daar voor een zekere  $i$  geldt  $x_i = 1,000018084$  dan is  $x_{i+1} = 1,000018433$  en  $x_{i+2} = x_{i+4} = \dots = x_i$ ,  $x_{i+3} = x_{i+5} = \dots = x_{i+1}$  bij het gebruik van 10 decimalen floating arithmetiek.

## 9. TERUG NAAR DE VERSNELDE METHODEN

9.1 Uit § 8 is duidelijk dat men al op betrekkelijk grote afstand van de wortel niet meer mag verwachten dat (12) nog redelijke waarden voor  $p$  oplevert ten behoeve van de methode in § 7.1. Met het getallenvoorbeeld aan het eind van § 8 zou (12) bijv. opleveren  $p = \frac{1}{2}$ .

Een ander bezwaar is dat als de methode nu eens echt goed werkte en een

schating voor  $\alpha$  zou opleveren (zie (14)) vlak bij  $\alpha$ , dan ligt deze schating ook in het onbetrouwbaarheidsinterval van  $\alpha$  voor  $f'$ ; een volgende Newton-Raphson stap kan nu overal terecht komen, i.h.b. heel ver weg.

9.2 We keren nu terug naar de methode in § 7.2. Het teken van  $h(x)$  wordt bepaald door dat van de noemer in (15). Voor  $f(x)$  wordt opgeleverd  $f(x) + \epsilon_1$ , voor  $f(x + f(x))$  dus  $f(x + f(x) + \epsilon_1) + \epsilon_2$ , dus voor de hele noemer

$$(19) \quad f(x + f(x) + \epsilon_1) + \epsilon_2 - f(x) - \epsilon_1$$

(eigenlijk moet ook nog rekening gehouden worden met een afrondfout bij de aftrekking, maar daardoor verandert (althans bij een fatsoenlijke arithmetiek) het teken niet.

We schrijven  $f(x) = (x - \alpha)^p g(x)$  (zie (9)), en nemen eens (gemakshalve) aan dat  $g$  constant is op een omgeving van  $\alpha$ , zeg  $g(x) = a$ . Dan luidt (19):

$$(20) \quad a[x + a(x - \alpha)^p + \epsilon_1 - \alpha]^p + \epsilon_2 - a(x - \alpha)^p - \epsilon_1.$$

We beschouwen nu het geval  $p = 2$  en nemen eens aan dat  $\epsilon_1 = 0$  en  $\epsilon_2 = -\epsilon$  ( $\epsilon$  de maximale afrondfout in de waarden van  $f$ ). Dan is voor  $\epsilon$  klein genoeg en  $x - \alpha = \frac{1}{10}\epsilon^{1/3}$  de uitdrukking in (20) negatief terwijl dit positief had moeten zijn (neem maar  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ ). De lengte van het onbetrouwbaarheidsinterval voor  $\alpha$  is nu dus minstens van de orde  $\epsilon^{1/3}$  (en een nadere analyse toont aan dat de orde precies  $\epsilon^{1/3}$  is), terwijl dit bij de oorspronkelijke functie  $f$  slechts van de orde  $\epsilon^{1/2}$  is. We zijn er dus met de methode van Kioustelidis in bereikbare nauwkeurigheid op achteruit gegaan.

Ook voor  $p = 1$  gaan we er op achteruit: voor de uitdrukking in (20) krijgen we nu  $a^2(x - \alpha) + (a - 1)\epsilon_1 + \epsilon_2$  hetgeen negatief kan zijn als  $|x - \alpha| < \frac{1}{a^2}[|a - 1|\epsilon + \epsilon]$  (neem nl.  $\epsilon_1 = \pm\epsilon$  als  $a \leq 1$ ,  $\epsilon_2 = -\epsilon$ ). Voor  $a \geq 1$  is het rechterlid  $\frac{\epsilon}{a}$ , hetgeen overeenstemt met de onbetrouwbaarheid van  $\alpha$  bij  $f$  (zie (17)), echter voor  $a < 1$  is het rechterlid  $\frac{2-a}{|a|}\epsilon$  en dat kan willekeurig groot zijn.

Hiermee is de misere nog niet uitputtend beschreven. Merk immers op dat de noemer van  $h$  in het onbetrouwbaarheidsinterval van  $\alpha$  voor  $h$  nul kan worden, zodat  $h$  daar ontploft. Aangezien we echter in een Newton-Raphson stap geïnteresseerd zijn in  $\frac{h(x)}{h'(x)}$  (zie (2)) zal men doorgaans niet  $h$  en  $h'$  apart uitrekenen, maar de uitdrukking hiervoor zoveel mogelijk vereenvoudigen. Men komt zo op de uitdrukking

$$(21) \quad \frac{h(x)}{h'(x)} = \frac{(\tilde{f} - f)f}{2\tilde{f}f' - f\tilde{f}' - f\tilde{f}'(1 + f')}$$

waarin  $f = f(x)$  en  $f' = f'(x)$ ,  $\tilde{f} = f(x + f(x))$ ,  $\tilde{f}' = f'(x + f(x))$ . We zien nu dat als voor de berekende waarden van  $\tilde{f}$  en  $\tilde{f}'$  voor  $x = x_i$  de noemer in (15) nul wordt, dus  $\tilde{f} = f$ , het rechterlid in (21) nul wordt, en dus  $x_{i+1} = x_i$ , zodat



het proces in  $x_i$  blijft hangen. Overigens blijft de mogelijkheid van ontploffing of van nul gedeeld door nul blijkbaar nog steeds aanwezig, en daarmee de mogelijkheid van volstrekt willekeurige Newton-Raphson stappen, net als aan het eind van § 9.1 vermeld.

Het blijven hangen ver van de wortel wordt fraai geïllustreerd voor de vergelijking in voorbeeld 2, waarbij de Newton-Raphson stap berekend wordt met (21) in 10 decimalen floating arithmetiek:

$$x_0 = 1,2$$

$$x_1 = 0,8932892343$$

$$x_2 = 0,9837580218$$

$$x_3 = 0,9995725482$$

$$x_4 = 0,9997982051$$

en  $x_5 = x_6 = \dots = x_4$ .

9.3 De moraal van dit verhaal is dat je erg moet uitkijken met het alleen maar uitvoeren van een zuiver wiskundige analyse van numerieke processen, maar dat je ook een numerieke analyse moet uitvoeren.

# Een Bloem voor Jan

G.J. Stemerding  
CWI

Wat is eigenlijk een Liber Amicorum? Letterlijk is het een Vriendenboek, al zal het in de praktijk ook door niet-vrienden worden gebruikt om afscheid te nemen of een feestelijke gebeurtenis te vieren. Misschien is het beter om te spreken over een Bloemlezing, een verzameling rijp en groen die een indruk tracht te geven van de fysieke, menselijke en gedachten wereld waarin de gefêteerde een groot deel van zijn leven heeft doorgedracht.

Goed, dit wordt dus een bijdrage voor een Bloemlezing voor Jan Nuis. Maar nu dient zich de volgende vraag aan: "Wat verstaan we onder Bloem?" Natuurlijk hebben we het niet over de dichter J.C. Bloem (1887 - 1966), dat zou te gemakkelijk zijn. Dan maar iets vertellen over enkele personages die de Bloem onzer Natie vormen? Dat zou ons al aardig dicht in de richting brengen van de vele interesses van Jan. Maar is het wel gewenst zich te conformeren aan de belangstelling van degene voor wie de bijdrage bedoeld is? Loop je dan niet het gevaar de indruk te wekken dat je denkt: "Laten we het maar veilig houden bij zijn bestaande hobbies, hij is toch al te oud om iets nieuws op te pakken"? Nee dus, iets geheel anders mag best voor Jan. Vooruit, zullen we het dan hebben over het culinaire artikel Bloem? Zullen we iets vertellen over Patent Bloem en de heerlijke gerechten die daarmee te maken zijn? Nee, dat zou weer te ver naar de andere kant van de schaal doorslaan. Het zal wel veroorzaakt worden door tijdgebrek van de immer zeer actieve Jan, maar wie hem ooit heeft zien lunchen zal hem niet snel verdenken van een erg diepgaande belangstelling voor recepten.

Blijft dus over een floristische interpretatie van Bloem. Dat biedt een gelegenheidsschrijver, zoals ik ben, aardig wat mogelijkheden. Tenslotte schijnen Bloemen van mensen te houden, al is het omgekeerde niet altijd aannemelijk. In analogie met de dikwijls gehoorde bewering dat huisdieren in het algemeen -en honden in het bijzonder- op hun bezitters lijken, of omgekeerd, denk ik dat er voor ieder mens een passende Bloem bestaat. Zo ook voor Jan. Een Bloem voor Jan, daarover zal de rest van deze bijdrage handelen.

*Het Kruidje Roer Me Niet (Mimosa Pudica L.)*

Zelf ken ik Jan amper drie jaar en ik heb in die tijd altijd bijzonder prettige contacten met hem gehad, maar anecdotes uit een ver verleden doen vermoeden dat sommigen het Kruidje Roer Me Niet als zijn lijfbloem zouden willen karakteriseren. Toch gaat me dat te ver. Niet dat Jan niet bij tijden een enigszins opvliegend karakter ten toon spreidt, maar ik heb meer de indruk dat hij dat speelt, als onderdeel van zijn grotere rol als directeur van het CWI. Aan de

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

andere kant is er toch wel iets voor te zeggen, als we beter kijken zowel naar de Bloem als naar Jan: de Bloem is een vrij bescheiden plantje dat niet van grote drukte houdt en bedeesd zijn blaadjes opvouwt als het teveel in het gedrang komt.

*Het Sint-Jans Kruid (Hypericum Perforatum L.)*

Zou het Sint-Jans Kruid iets kunnen zijn voor Jan? Waarschijnlijk wel! Is Jan dan een heilige? Dat nu niet direct, maar hij heeft wel een aureool, dat van onkreukbaarheid. Hij is een van die zeldzame mensen die consequent iedere verleiding weerstaan om zich door aardse en andere zaken te laten beïnvloeden in hun keuzes. Legendarisch is zijn weigering deel te nemen aan een diner na afloop van een bespreking met een grote computerfabrikant. Hij verliet als enige het grote gezelschap om een door hemzelf betaald broodje te gaan nuttigen.

*De Gulden Roede (Solidago Virga-Aurea L.)*

De naam van deze plant heeft iets aanlokkelijks met betrekking tot ons onderwerp. Zo niet met harde hand, dan toch wel met een Gulden Roede heeft Jan het CWI bestuurd. "Wie zijn kinderen liefheeft spaart de Roede niet" luidt een oud gezegde. En inderdaad lijkt het er soms op dat Jan het CWI dusdanig liefheeft dat hij niet aarzelt de *f*-Roede op royale wijze te hanteren. Nauwgezet wordt iedere uitgave overwogen en ieder idee dat tot besparing kan leiden wordt luide toegejuicht.

*Het Vergeet Me Nietje (Myosotis)*

Het Vergeet Me Nietje is een zeer toepasselijke Bloem bij een afscheid. Maar we zouden zoeken naar een Bloem passend bij Jan en niet naar één passend bij deze gelegenheid. Jan zelf is geen Vergeet Me Nietje, een klein Bloempje dat met een enigszins oubollige naam smeekt om niet in de herinnering weg te hoeven zinken. Jan is het type mens dat je dankzij zijn persoonlijkheid niet snel vergeet. Vergeet het Vergeet Me Nietje dus maar als een bij Jan passende Bloem.

*Het Penningkruid (Lysimachia Nummularia L.)*

Dat lijkt er meer op! Misschien teweeg gebracht door hun Calvinistische inslag, hebben Nederlanders altijd iets gehad met Penningen. Geïnspireerd door de Bijbelse aandacht voor Penningen (Lucas 15:8-9, de verloren Penning en Marcus 12:41-44 /Lucas 21:1-4, het Penningske der weduwe) hebben we indertijd niet geaarzeld het Spaanse Juk af te schudden toen daar een Tiende Penning aan bleek te hangen. Jan is een fanatiek en kundig verdediger van de CWI Penningen. En, net als de Bijbelse vrouw, heeft hij niet het kleinste Penningske verloren laten gaan maar het gezocht met een lampje en zich verheugd met zijn vrienden als hij het gevonden had.

Het Duizend Gulden Kruid (*Erythraea Centaurium Pers.*)

Het Duizend Gulden Kruid moet eerst recht een Bloem naar Jans hart zijn. Hoeveel maal heeft hij de afgelopen jaren niet het kf teken aan zich voorbij zien trekken? Wellicht heeft hij enige weemoed naar de tijd waarin bedragen als f14,63 nog in begrotingen voorkwamen, maar hij is reëel genoeg om te weten dat inflatie en nostalgie niet samengaan. Daarom beschouw ik het kf-Kruid als een sterke kandidaat wanneer het gaat om een bij Jan passende Bloem.

Het Zilverschoon (*Potentilla Anserina L.*)  
en de Goudsbloem (*Calendula Officinalis L.*)

Deze Bloemen zal ik samen behandelen. De twee edele metalen Zilver en Goud treden vaker gemeenschappelijk op in onze taal. Zo zeggen zij onder andere iets over de relatieve waarde van het spreken en het zwijgen. Ooit waren zij de basis van ons geldstelsel, voordat inferieur Nikkel en veromfaaid Papier hun rol overnamen. Het Zilverschoon met haar Goudgele Bloemen wordt dikwijls onkruid genoemd; een onterechte kwalificatie als men de schoonheid van een bedauwde plant van deze soort ooit heeft gezien. De Goudsbloem was in de jaren '40-'45 met haar fel oranje Bloemen een intensief aangeplant gewas en vormde een stil protest in menige tuin. Dat zij ook nog geacht wordt mieren tegen te houden kan haar geschikt maken als Bloem voor Jan, die ook niet van gemier houdt.

De Ereprijs (*Veronica Chamaedrys L.*)

De Ereprijs is een onopvallend plantje, totdat zij bloeit. Menigeen vraagt zich dan verbaasd af wat dat voor plantje is dat zulke fel hemelsblauwe Bloemen heeft. Zien we hier een parallel met Jan? Is hij ook niet soms wat onopvallend, tot het ogenblik dat men zich verbaast over zijn kwaliteiten? In ieder geval levert de naam een aanknopingspunt: het zou niet onredelijk zijn Jan een Ereprijs te geven voor de manier waarop hij het CWI door moeilijke jaren heeft weten te loodsen.

Het Bitterzoet (*Solanum Dulcamara L.*)

Het Bitterzoet is een lid van de Nachtschadefamilie. Zij is verwant aan nuttige planten als Aardappel en Tomaat, maar ook aan vergiften als Tabak, Wolfskers, Alruin, Bilzekruid en Doornappel. Weerspiegelt de naam deze veelzijdige verwantschap? Hoewel ze ook enigszins giftig is, kan men er op bijten en merken dat de eerste indruk van bitter wordt verdrongen door een zoete nasmaak; hierin ligt dan ook de werkelijke oorsprong van haar naam. Ook het Bitterzoet maakt goede kansen als Bloem voor Jan. Niet vanwege het giftige, maar wel door de schijnbare tegenstrijdigheid in haar smaak. Ook de tegenstelling tussen het diepe blauw en het heldere geel van de Bloemen doet denken aan de soms waarneembare contrasten in Jan: enerzijds de strenge en gereserveerde directeur, anderzijds de joviale, hartelijke en belangstellende collega.

Tenslotte

Aan het slot van deze botanische bespiegelingen moet ik concluderen dat één enkele Bloem niet geschikt is als Bloem voor Jan. Om aan al zijn facetten recht te doen is een compleet boeket nodig. Moeten we bij het samenstellen daarvan ons ook nog bekommeren om de Jeneverbes of de Blauwe Knoop, de Brave Hendrik of het Donderkruid, het Soldaatje of het Studentenkruid? Er is in ieder geval keus genoeg voor een toepasselijke ruiker. Jan, bedankt voor al je werk, je steun en je begrip. Het ga je goed.



## De werkgroep Neutrixrekening

*Nico Temme*  
*CWI, Amsterdam*

### INLEIDING

In 1967 werd op het Mathematisch Centrum de werkgroep Neutrixrekening opgericht met als doel de bestudering van neutrices, asymptotiek en omhullende reeksen. In de jaarverslagen 1967, 1968 en 1969 van het MC wordt deze groep vermeld. Prof. J.G. van der Corput had de leiding; hij was in dit verband aan de afdeling Toegepaste Wiskunde als adviseur verbonden en in 1970 werd dit adviseurschap beëindigd. Naast Van der Corput bestond de werkgroep uit Maarten Coolen, Jan Nuis en mijzelf. In deze bijdrage wil ik een schets geven van de activiteiten van deze werkgroep.

### WAT IS EEN NEUTRIX?

De theorie van de neutrices werd aan het einde van de vijftiger jaren door Van der Corput ontwikkeld (een eerste publikatie stamt uit 1959) en sproot voort uit zijn onderzoek op het gebied van de asymptotiek. Het bestaansrecht van neutrices demonstreerde hij vaak via divergente integralen. De beta-integraal

$$\int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1} dt$$

bijvoorbeeld, bestaat volgens de gangbare definities van het integraalbegrip niet als de reële delen van de complexe getallen  $p$  of  $q$  negatief zijn. Volgens het principe van analytische voortzetting kan men echter wel betekenis toekennen aan de integraal voor negatieve waarden van de reële delen van  $p$  of  $q$ , behalve als  $p$  of  $q$  een van de waarden  $0, -1, -2, \dots$  aanneemt. In de neutrixrekening kan de integraal, door verwaarlozing van zekere functies die oneindig groot kunnen worden, voor alle complexe waarden van  $p$  en  $q$  gedefinieerd worden (zelfs voor de niet-positieve gehele getallen).

Het verwaarlozen van bijdragen (getallen, functies) die je niet van pas komen. Is dat neutrixrekening? Zo simpel ligt het niet, maar hier komt het wel op neer. Op zich was deze gedachte niet nieuw. Hadamard was Van der Corput hierin bijvoorbeeld voorgegaan met de invoering van het begrip *eindig deel van een integraal*. Ook het begrip *Cauchyhoofdwaarde-integraal* is algemeen bekend en door middel van *distributies* is het eveneens mogelijk divergente integralen te interpreteren.

Van der Corput bestreed niet dat Hadamard hem was voorgegaan, hij introduceerde ook Hadamardneutrices, maar beschouwde zijn neutrixrekening als zijnde veelomvattender dan de eerdere activiteiten op dit gebied. Het wordt tijd voor een definitie.

**Definitie** Laat  $\mathcal{N}$  een additieve groep zijn van functies  $v(\xi)$  op een domein  $\mathcal{N}'$ . Stel  $\mathcal{N}$  heeft de eigenschap dat elke constante functie die tot  $\mathcal{N}$  behoort gelijk aan 0 is. Dan is  $\mathcal{N}$  een *neutrix*. De functies  $v(\xi)$  van  $\mathcal{N}$  worden *verwaarloosbaar* in  $\mathcal{N}$  genoemd.

Als voorbeeld kan dienen de verzameling  $\mathcal{N}$  van functies  $v(\xi)=c/\xi+\varepsilon(\xi)$  op het domein  $\mathcal{N}'=(0,1)$  waarin  $c$  een constante is en  $\varepsilon(\xi)$  een functie is die voor  $\xi \rightarrow 0$  tot 0 nadert. Inderdaad, de enige constante functie in  $\mathcal{N}$  is de nulfunctie. Van der Corput heeft deze definitie later veel verder gegeneraliseerd en geabstraheerd. De Hadamardneutrix  $\mathcal{H}_0$  bestaat uit functies van de vorm  $\lambda(\xi)+\varepsilon(\xi)$  waarin  $\lambda(\xi)$  een lineaire combinatie is van termen  $\xi^\alpha \log^k \xi$ , waarin  $\alpha$  een complex getal en  $k$  een geheel getal  $\geq 0$  is. De index 0 in  $\mathcal{H}_0$  slaat op de plaats waar je oneindige waarden van de functies verwacht.

Bekijk nu eens de integraal

$$\int_{\xi}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x(1+x)}}.$$

Aangezien

$$\frac{1}{x^2 \sqrt{x(1+x)}} = \frac{1}{x^2 \sqrt{x}} - \frac{1}{x \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}},$$

kunnen we schrijven

$$\int_{\xi}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x(1+x)}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{x \sqrt{x}} \Big|_{\xi}^1 + 2 \frac{1}{\sqrt{x}} \Big|_{\xi}^1 + \int_{\xi}^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}.$$

Er ontstaan bij integratie van de eerste twee termen in het rechterlid dus functies van  $\xi$  die in  $\mathcal{H}_0$  verwaarloosbaar zijn. De resterende integraal heeft voor  $\xi=0$  betekenis en de waarde  $\frac{1}{2}\pi$ , zodat we ten opzichte van de Hadamardneutrix  $\mathcal{H}_0$  de oorspronkelijke integraal als volgt kunnen interpreteren

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x(1+x)}} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\pi.$$

Om aan te geven dat dit resultaat verkregen is via de Hadamard neutrix  $\mathcal{H}_0$  - en in feite van deze keuze afhankelijk is - werd ook wel de notatie

$$\int_{\mathfrak{H}_0}^1 \frac{dx}{x^2\sqrt{x(1+x)}} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\pi.$$

gebruikt. Een andere neutrix kan heel wel een ander resultaat opleveren.

Van der Corput verwachtte dat de neutrixrekening op diverse plaatsen in de wiskunde een grote rol zou gaan spelen. Toen hij in 1966 definitief uit de VS terugkeerde gaf hij in Nederland lezingen om deze tak van de wiskunde te propageren. In 1967 kreeg hij in dit opzicht voet aan de grond en was het MC bereid met drie van haar mensen onder zijn leiding een werkgroep te vormen. Maarten en ik waren toen nog niet afgestudeerd. Jan was als medewerker van TW met diverse onderwerpen bezig geweest en zag nu zijn kans schoon op een promotie-onderzoek.

#### DE DOOS VAN PANDORA

De bijeenkomsten van de werkgroep vonden plaats bij Van der Corput thuis in Buitenveldert. Op de eerste bijeenkomst werden we overdonderd met drie dikke pakketten overdrukken en lecture notes, en een imposante syllabus van 319 pagina's in het Italiaans, getiteld *Neutricis*. De tweede overdondering was kort en bondig: Van der Corput verwachtte binnen anderhalf jaar drie promoties op het gebied van de neutrixrekening. Na zijn Amerikaanse periode vond hij dat promotieonderzoek niet persé 4 jaar hoefde te duren en er was materiaal genoeg. Toen we enigszins bekomen waren was de instructie reeds lang op gang gekomen met een tamelijk abstract betoog over Van der Corput's meest recente ideeën. De eerste doelstelling was via neutrices een nieuw bewijs te leveren van de hoofdstelling van de algebra (een polynoom van de graad  $n$  heeft goedgeteld  $n$  complexe nulpunten). De aantekeningen die door ons gemaakt werden en per toerbeurt achteraf in het net werden opgeschreven zouden de basis gaan vormen van een boekwerk dat volgens ons gevoel destijds veel andere wiskundeboeken overbodig zou gaan maken. Na drie zittingen over deze materie, waarbij we gaandeweg geen idee meer hadden waar de zaak op uit zou draaien, werd tot teleurstelling van Van der Corput (maar enigszins tot onze opluchting) halt geroepen: op deze manier kon de hoofdstelling van de algebra kennelijk niet bewezen worden. Alle aantekeningen (ook de kladversies) werden door Van der Corput ingenomen; er mocht kennelijk niets naar buiten uitlekken. Tegelijkertijd werd voorgesteld om met concretere zaken te beginnen.

De onderwerpen waar verder aan gewerkt zou gaan worden betroffen

- verdere fundering van de neutrixrekening
- toepassingen in de natuurkunde
- toepassingen in de asymptotiek.

Maarten zou betrokken zijn bij het eerste onderwerp, met als doel distributies te plaatsen in het licht van neutrices. Jan zou het tweede onderwerp nemen, met als eerste werkterrein de potentiaaltheorie, terwijl zijn bedoeling daarbij was via neutrixrekening een betere beschrijving te geven van zekere potentiaalproblemen die in de fysica met niet-strengere methoden werden aangepakt (door middel van divergente reeksen en integralen). Zelf was ik vooral in asymptotiek geïnteresseerd. Van der Corput stelde voor in groepsverband met asymptotiek verder te gaan, terwijl Jan meer individueel met de potentiaalproblemen op gang zou proberen te komen. Maarten zou voorlopig ook daarbij de theoretische aspecten in de gaten houden.



In de asymptotiek komen veel algebraïsche bewerkingen voor (manipulaties met machtreeksen, etc.) waarin aanvankelijk termen optreden die achteraf geen enkele rol meer spelen. Het idee was om via de neutrixrekening dit soort proces op verantwoorde wijze drastisch te vereenvoudigen. De toepassing in de asymptotiek zou gaan over meer-dimensionale integralen waarop de methode van de stationaire fase zou worden toegepast. Daartoe zouden we eerst een stelling gaan formuleren en bewijzen die algemeen van aard was. Deze stelling zou het *kanon* worden waarmee allerlei problemen konden worden aangepakt en dat, amper in stelling gebracht, twee leden van de werkgroep en passant zou gaan uitschakelen.

#### HET KANON

Op zich is generaliseren in de wiskunde een goede zaak, maar het zou beter geweest zijn als de stelling in minder algemene vorm, bijvoorbeeld tot een-dimensionale integralen beperkt, zou zijn geformuleerd. Het duurde weken voordat de formulering van de voorwaarden achter de rug was en nog eens geruime tijd voordat het bewijs rond was. Dat dit niet over neutrices ging vond ik niet zo erg omdat mijn belangstelling toch meer in de richting van de asymptotiek ging. Het is voor mij een leerzame periode geweest, waarin ik rechtstreeks van een grote autoriteit op het gebied van de asymptotiek instructie kreeg.

Gaande de bewijsvoering werd een intermezzo ingelast, waarover straks meer. Na dit uitstapje werd de draad weer opgevat en kon de stelling toegepast worden. Als eerste voorbeeld diende de integraal

$$\int_0^{\infty} x^{\alpha-1}(1+x)^{\beta} \log(\omega+\sqrt{1+x}) e^{i\omega\sqrt[3]{\omega\gamma x-x^2}} dx.$$

We waren geïmponeerd, vooral door die derde-machts wortel in de exponent. Niemand zou met de bestaande asymptotische methoden deze integraal voor grote waarden van  $\omega$  te lijf willen of kunnen gaan (er zouden ook weinig mensen zijn die een dergelijke integraal in de praktijk zouden tegenkomen, maar alla). De aanpak bestond er uit de kritieke punten te vinden,  $x$ - waarden die het asymptotisch gedrag bepalen, en deze punten in intervallen onder te brengen waarop de stelling zou worden toegepast. De  $x$ -waarden buiten deze intervallen geven asymptotisch gezien verwaarloosbare bijdragen, hetgeen met behulp van een *neutralizator* wordt aangetoond. Van der Corput had de neutralizator in de asymptotiek al veel eerder ingevoerd (met nuttige toepassingen), maar met neutrices heeft dit begrip niets te maken.

De kritieke punten zijn in het bovenstaande geval:

- het punt  $x = 0$ , omdat dit een eindig randpunt is van het integratie-interval
- het punt  $x = \omega\gamma$ , omdat hier de fasefunctie (de functie in de  $e$ -macht) niet differentieerbaar is
- het punt  $x = \frac{1}{2}\omega\gamma$ , omdat hier de fasefunctie stationair is (de afgeleide is hier gelijk aan nul).

Op kleine intervallen rechts van  $x = 0$  en rond de andere kritieke punten werd tenslotte een methode toegepast die gebaseerd is op partiële integratie. In het finale stadium werden dan neutrices gebruikt om termen die niet relevant waren weg te werken.

Toen ik merkte dat de neutrixrekening in de asymptotiek niet meer voorstelde dan dat ben ik van mijn geloof af gevallen en heb ik mijn deelname aan de groep opgezegd. Ik weet niet meer precies welke woorden en argumenten ik gebruikt heb, maar Jan verzekerde me achteraf dat mijn betoog netjes en duidelijk was. Korte tijd daarna haakte Maarten ook af; hij begon zich meer en meer te interesseren in de theorie van

de partiële differentiaalvergelijkingen en de filosofie van de exacte wetenschappen; hij heeft over beide onderwerpen later aan de UvA lange tijd colleges verzorgd. De werkgroep werd toch voortgezet en begon kritisch af te hangen van wat Jan op dit gebied zou gaan presteren. Ik geef toe, de eerste die opstapt heeft doorgaans makkelijker praten dan de laatste.

#### EEN INTERMEZZO: OMHULLINGEN

Er ontbrak in de theorie van de formele reeksontwikkelingen een onderdeel dat met neutrices en asymptotiek op zich niet veel te maken had, maar dat volgens Van der Corput wel een belangrijke rol zou gaan spelen: de theorie van de omhullende reeksen.

Men zegt dat de reeks  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  het getal  $S$  omhult ten opzichte van een majorerende rij  $A_n$  als voor elke  $n$  geldt dat

$$|S - (a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1})| < A_n.$$

Met andere woorden

$$S = \sum_{m=0}^{n-1} a_m + \theta_n A_n, \quad |\theta_n| < 1.$$

Oorspronkelijk werd deze definitie ingevoerd met  $A_n = |a_n|$ . Zie bijvoorbeeld de vraagstukkenverzameling van Polya en Szegő.

Van der Corput was in de asymptotiek verzeild geraakt als zuiver wiskundige, maar asymptotiek is een tak van de analyse waarin de wiskundige strengheid nogal eens verwaarloosd wordt. De theorie van de omhullende reeksen kan worden toegepast op asymptotische ontwikkelingen, die in hun volle omvang vaak divergente reeksen blijken te zijn, maar waarmee voor partiële sommen nuttige bovengrenzen kunnen worden afgeleid. Van der Corput dacht met het gereedschap van de omhullende reeksen meer greep op de resttermen van bepaalde asymptotische ontwikkelingen te krijgen. Nu, na zo'n 25 jaar, kan ik uit de praktijk van de asymptotiek konstateren dat dit voor een beperkt aantal gevallen heel fraaie en praktische resultaten heeft opgeleverd, maar niet op grond van de generalisaties die destijds nagestreefd werden. Van der Corput generaliseerde de vorm van de majorant  $A_n$  en hij ontwikkelde een nieuwe theorie voor meervoudige reeksen. De verkregen bovengrenzen misten helaas nogal eens eenvoud (berekendbaarheid) en scherpte.

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

De werkgroep besteedde veel tijd om dit intermezzo tot een goed einde te brengen. Zoals gezegd, deze theorie had niets te maken met neutrices, maar er kwam wél een publikatie, namelijk TW notitie TN-51 (1968) *Omhullende reeksen I*, met als auteur J. G. van der Corput. Dat de namen van de andere leden van de werkgroep niet genoemd werden (in de Inleiding werden we wel genoemd) was waarschijnlijk wel terecht, aangezien de inhoudelijke kant volledig door Van der Corput zelf was geleverd. Ik denk dat dit rapport als externe Engelstalige publikatie wel interessant zou zijn geweest, mits de theorie beperkt was gebleven tot enkelvoudige reeksen.

### NABESCHOUWING

Naast Van der Corput hebben ook anderen over neutrices gepubliceerd. Er zijn enkele publikaties op het gebied van de asymptotiek verschenen (waaronder die van Lothar Berg uit de DDR en Riekstins uit Riga), waarin neutrices ter sprake kwamen. De lijst is niet indrukwekkend en het heeft mij, en wellicht ook anderen, niet het idee gegeven dat we de neutrixboot gemist hebben.

Tijdens de asymptotiek-instructies merkte Van der Corput vaak op dat zijn methode alleen werkte voor geïsoleerde kritieke punten en dat hij niet wist hoe de zaak moest worden aangepakt voor kritieke punten die onder invloed van een parameter tot elkaar zouden kunnen naderen. Toch waren op dat moment in de literatuur belangrijke publikaties verschenen die dit soort problemen aanpakten. Achteraf heb ik dan ook geconstateerd dat Van der Corput in de zestiger jaren zodanig door de neutrices in beslag is genomen dat hij enkele fundamentele ontwikkelingen op het gebied van de asymptotiek niet heeft opgemerkt.

Na het vertrek van twee leden van de werkgroep heeft Jan nog enige tijd contact gehouden met Van der Corput, waarbij hij met diverse nieuwe varianten van de neutrixtheorie in aanraking kwam. Toen Van der Corput naar België verhuisde nam het contact op den duur af en raakte ook het werk aan potentiaalproblemen en andere fysische toepassingen op de achtergrond, vooral omdat Jan meer en meer bij managementzaken betrokken werd. De oprichting van SARA, de nieuwbouw en andere managementzaken die leidden tot aanstelling als lid van de directie brachten een flinke dosis niet-verwaarloosbaar werk met zich mee.

## MEMO

Aan: Jan Nuis  
Van: Loes Vasmel  
dd: september 1991

Om in stijl te blijven een kleine bijdrage in de vorm van een memo. Wij hebben zo'n tien jaar letterlijk in elkaars blikveld gezeten. Dit heeft tot gevolg gehad dat ik kon waarnemen dat hoe vroeg ik ook op het CWI kwam, er in de kamer aan de andere kant van het terras al volop gewerkt werd. Vaak al zeer vroeg vond de eerste bespreking plaats en er waren heel wat dagen waarop de ene bespreking de andere opvolgde. Zag ik je even achterover leunen dan betekende dat geen rustpauze maar een telefoongesprek. Het zal dan ook wel niet in de aard van het 'beestje' liggen dat de volgende fase van je leven een inactieve zal zijn. Aan de andere kant leert mijn ervaring van zo'n klein half jaar dat je je ongemerkt een rustiger en vooral ontspannener manier van leven eigen maakt.

Door de lange gezamenlijke CWI periode hebben we vrij regelmatig contact gehad, in het bijzonder in de periode dat o. a. Gerard Alberts en jij zo intensief bezig waren met de geschiedenis van het MC/CWI, wat resulteerde in het in 1987 verschenen CWI Tract "Zij mogen uiteraard daarbij de zuivere wiskunde niet verwaarlozen" en ook in het laatste jaar waarin de VUT-regeling voor ambtenaren wankelde, maar gelukkig nog staande bleef.

Als je dit leest ligt het afscheid al weer achter je en zit je waarschijnlijk in de korte ontwenningperiode. Ik wens je heel veel goede jaren toe, samen met je echtgenote en de kinderen.

*Loes Vasmel. Heer L*



Carel Scholten, directeur van Electrologica, verklaart aan minister De Pous het inwendige van de machine.

Beste Nuis,

Graag wil ik ook iets bijdragen tot het Liber Amicorum, dat je bij je afscheid van het MC wordt aangeboden.

Ik kan mij niet meer precies herinneren wanneer ons eerste contact heeft plaats gevonden want vanaf de oprichting van het MC in 1946 ben ik er herhaaldelijk op bezoek geweest voor lezingen en besprekingen en ik heb jou daarbij uiteraard ook vaak ontmoet.

Een intenser contact is echer pas tot stand gekomen nadat ik in 1973 werd uitgenodigd om tot het Curatorium toe te treden.

Hoewel wij beiden zeer verknocht zijn aan de wiskunde had dat contact toch meer betrekking op de beheersproblemen dan op het wetenschappelijk onderzoek. Het accent van je werkzaamheden heeft steeds op dat terrein gelegen en in de laatste jaren heb ik je er als directeur beheerszaken de volledige verantwoordelijkheid voor gedragen. Als curator en sinds 1981 ook als secretaris-penningmeester heb ik mij ook hoofdzakelijk met dezelfde problematiek bezig gehouden.

Ik heb bij het MC een interessante maar ook wel bewogen periode meegemaakt. In de eerste plaats denk ik natuurlijk aan de verhuizing van de oude school aan de Boerehaavestraat naar het huidige fraaie gebouw aan de Kruislaan, maar ook aan de groei die in de tachtiger jaren nog extra werd gestimuleerd door de deelneming aan het Esprit-programma en de daarmee gepaard gaande sterke uitbreiding van het informatica onderzoek. Verder aan de oprichting van Sara en aan de herstructurering van het Centrum, waarbij het instituut tot CWI werd omgedoopt en waarbij het MC naast het instituut ook de landelijke werkgemeenschappen en de samenwerkingsverbanden onder zijn hoede kreeg. Maar ook heb ik nog net het begin van de huidige moeilijke jaren meegemaakt toen het, door de bezuinigingen en het grotendeels wegvallen van het INSP- en deels het Esprit-programma en ondanks de krachtige pogingen om meer betaalde opdrachten te verwerven, nodig bleek om van groei naar krimp over te gaan.

Over al deze zaken is uiteraard in het curatorium samen met de directie veel gediscussieerd en besloten. Bij al die onderwerpen werd ik in mijn taak als curator sterk gesteund door jouw deskundige en toegewijde voorlichting.

Of het nu ging om het voorbereiden van de curatorenvergaderingen zelf danwel om een bespreking bij ZWO ter toelichting van ons programma en ter verdediging van ons budget of om het een enkele maal bijwonen van een OR-vergadering, jij zorgde er steeds voor dat ik over de juiste en volledige informatie beschikte om mijn taak op efficiënte wijze te kunnen vervullen.

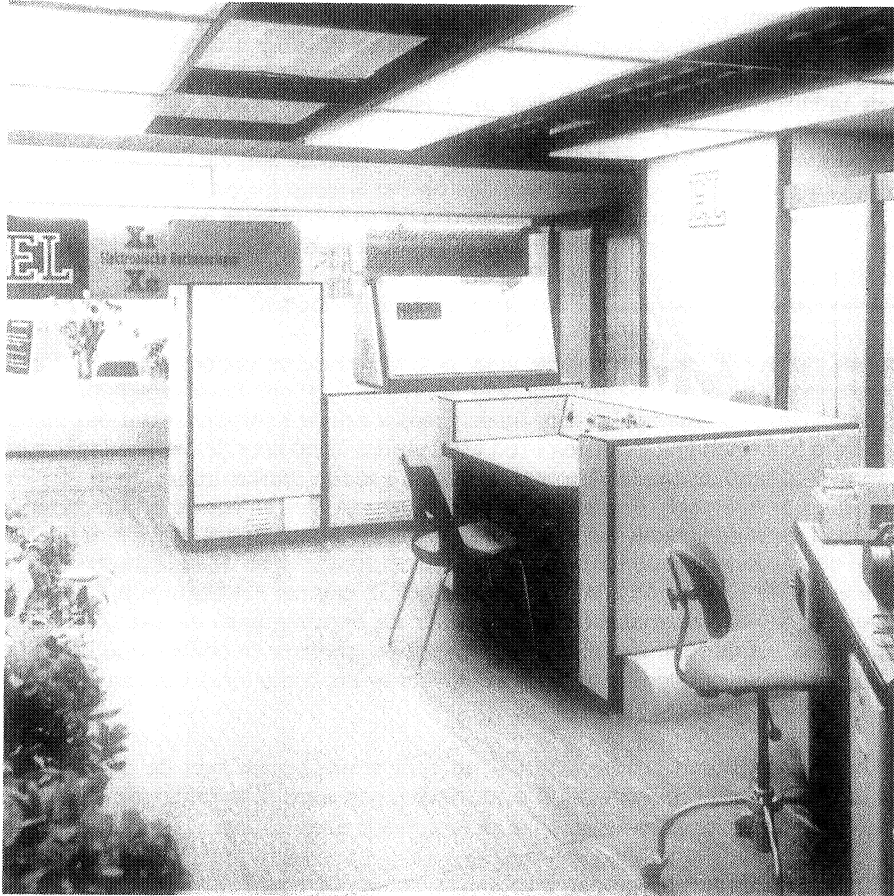
Ik heb je in de zestien jaar dat ik als curator werkzaam was dan ook niet alleen leren kennen als een deskundig bestuurder maar ook als een vriend, waarop ik steeds als het nodig was een beroep kon doen.

Bij deze gelegenheid wil ik je daarvoor nogmaals hartelijk dank zeggen.

Ik weet dat je naast je werk nog vele andere interessen hebt en ik ben dan ook overtuigd, dat je in de komende jaren aan je vrije tijd een plezierige en zinvolle inhoud zult weten te geven.

Ik wens jou en je vrouw daarbij nog vele gelukkige jaren in goede gezondheid.

P. de Wolff



Met de oprichting van Electrologica werd het bouwen van computers in Nederland voortaan op industriële schaal aangepakt. Hier de stand op de Hannover Messe. De X1 en de X8 danken hun naamgeving aan het ontbreken van een geschikte naam. Als echte wiskundigen duiden Loopstra en Scholten de onbekende aan met X1 en X8. "Dat vonden de mensen prachtig".

**DIENSTVERLENING OP HET GEBIED VAN WISKUNDE EN INFORMATICA EN JAN NUIS**

**Proloog**

De Stichting Mathematisch Centrum werd destijds door een aantal begaafde, maar ook bevlogen wiskundigen opgericht, omdat er van overtuigd waren dat de toepassingen van wiskunde van ongemeen belang zijn voor de opbouw en instandhouding van elke moderne maatschappij. Het was de taak van wiskundigen om te laten zien hoe en waar wiskunde kon worden gebruikt, terwijl omgekeerd praktische vraagstellingen zouden kunnen leiden tot nieuwe ontwikkelingen in de wiskunde.

Deze kijk op de wiskunde heeft het Mathematische Centrum tot een bakermat gemaakt van belangrijke toepassingsgebieden in de Nederlandse wiskunde beoefening, zeker gedurende de eerste twintig jaar van zijn bestaan. Het M.C. heeft vanaf zijn stichting echter ook een belangrijke rol gespeeld voor de zich ontwikkelende informatica beoefening. Daarbij bleef altijd voorop staan dat uitsluitend een gedegen aanpak, die vooral ook de fundamentele aspecten van een probleem aan het licht zouden brengen, de meest geëigende - immers uiteindelijk de meest vruchtbare - weg zou zijn. Vandaar dat toen Z.W.O. werd opgericht, het M.C. daar werd ondergebracht.

Toen daarna de groei van het studentental doorzette en er nieuwe maar ook grotere wiskunde faculteiten tot stand kwamen, waren er velen die meenden dat daarmee de rol van het M.C. was uitgespeeld, c.q. uitgespeeld zou moeten zijn. Gelukkig realiseerden een aantal wiskundigen zich aan het eind van de zeventiger jaren - mede onder invloed van allerlei overheids- ingrepen - dat ook de wiskunde wel eens bedreigd zou kunnen zijn. Zij startten met een heroriëntatie over de rol van het Mathematisch Centrum en formuleerden de rol opnieuw. De Stichting zou dienen als een Z.W.O. stichting met werkgemeenschappen. Het Instituut - herdoopt in Centrum voor Wiskunde en Informatica - zou zich actief richten op de rol en betekenis van de wiskunde en informatica voor de maatschappij. Dit zou kunnen gebeuren in landelijke of internationale projecten waarin het C.W.I. dan een vooraanstaande rol diende te spelen. Dit betekende, dat vanaf dat moment een duidelijke projectorganisatie moest worden opgezet. Dit werd nog eens beklemtoond, toen de overheid in het kader van het Informatica stimuleringsplan meende, dat het C.W.I. zou moeten uitgroeien tot een toonaangevend instituut op het gebied van de informatica.

Een en ander gaf aanleiding tot een ombouw van het instituut; een verandering naar drie informatica-afdelingen en drie wiskunde-afdelingen, terwijl het aantal projecten en daarmee ook het personeelsbestand bleef groeien. Dat zoiets ook een onaangename keerzijde kan hebben, ondervond het instituut toen aan het eind van de tachtiger jaren bleek dat noch de overheid, noch N.W.O. een scenario hadden ontwikkeld om discontinuïteiten bij teruglopende inkomsten te vermijden. Het C.W.I. heeft toen van hoog tot laag de nodige creativiteit en inzet getoond om nieuwe mogelijkheden en oplossingen te formuleren. Dat is geen eenvoudige zaak en het C.W.I. heeft alle



## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

steun van wiskundig Nederland nodig om hier op een goede manier uit te komen.

Inmiddels doemen weer allerlei andere bedreigende factoren op, zowel voor de Informatica als voor de Wiskunde. Het aantal studenten in de wiskunde loopt terug en als de voortekenen niet bedriegen, geldt dat binnenkort ook voor de informatica. Voor de wiskunde zal veel afhangen van de aanbevelingen van de verkenningscommissie Wiskunde, maar merkwaardig genoeg weten tot op dit moment maar weinig mensen, wat die aanbevelingen zouden kunnen inhouden.

Mijns inziens zou Wiskundig Nederland zich nog eens intensief moeten beraden of er wel voldoende van de mogelijkheden van de Stichting Mathematisch Centrum en van het Centrum voor Wiskunde en Informatica gebruik wordt gemaakt. Het hebben van een goed werkend instituut, dat over de gehele wereld bekend is, is een situatie die vele wetenschappelijke disciplines nastreven. Maar wiskundigen hebben vaak een sterk individualistische inslag en het kost soms moeite om ze te overtuigen dat het de moeite waard is om de handen ineen te slaan. Juist ook in een situatie, waar nagedacht moet worden of en hoe er onderzoekscholen tot stand moeten worden gebracht, zou het uiterst dom en kortzichtig zijn zich niet te beraden op taak en plaats van het C.W.I. en S.M.C. in zo'n nieuwe situatie.

### Jan Nuis

Wat heeft dat alles nu met Jan Nuis te maken. Nu, ongeveer alles. Want Jan Nuis heeft al deze zo juist beschreven veranderingen niet alleen meegemaakt, hij heeft aan vele onderdelen van het steeds veranderende beleid daadwerkelijk vorm moeten geven. Het meest in het oog springende en ook het meest tastbare, is zijn onvoorstelbaar grote inbreng in het tot stand komen van het nieuwe gebouw, een gigantische verbetering ten opzichte van de oude school aan de Boerhaave straat, waaraan ik overigens toch met enige nostalgie terugdenk.

Hoewel mijn eerste contacten met het toenmalige M.C. dateren van de tweede helft van de vijftiger jaren, kwam ik pas weer intensief in contact met het M.C. toen de nieuwe Raad van Advies was geformeerd. Het was daar, dat ik voor het eerst Jan Nuis ontmoette, als secretaris van die Raad. Een poosje later, als lid van het Curatorium onder leiding van President-Curator J. Seidel, werden die contacten natuurlijk intensiever.

Toen Cor Baayen aantrad als wetenschappelijk directeur, werd Jan naast Cor directeur beheerszaken. Dat betekende een samenwerking tussen twee totaal verschillende figuren, die echter één ding gemeenschappelijk hadden en hebben; een zeer grote liefde voor het M.C./C.W.I. Dat hield in, dat na een aantal aanloopmoeilijkheden, een redelijke modus vivendi werd ontwikkeld.

Na het terugtreden van J. Seidel als president-curator werd ik zijn opvolger en op slag werd daarmee een uiterst intensieve samenwerking met de beide directeuren realiteit. Vooral ook, omdat kort daarna werd besloten tot het instellen van een dagelijks bestuur. Ik weet

zeker, dat Jan niet altijd even gelukkig was met de besluiten van de besturen, maar hij is iemand die eenmaal genomen besluiten loyaal probeert uit te voeren. Hij voerde het overleg met de ondernemingsraad, hij was in eerste instantie verantwoordelijk voor de financiële gang van zaken. Hij onderhield in hoofdzaak de contacten met Z.W.O. en later met N.W.O. Vooral de overgang van Z.W.O. naar N.W.O. onderging hij met gemengde gevoelens.

Het M.C. was de oudste Z.W.O. stichting en aangezien de banden met Z.W.O. zo waren, dat duidelijk was dat Z.W.O. het M.C. als een parel aan zijn kroon beschouwde, waren de contacten begripvol aan beide zijden. Die situatie veranderde grondig met de komst van N.W.O. Het leek er veel op, dat N.W.O. stichtingen met een eigen instituut met enig wantrouwen bezag en de nieuwe bestuursstructuur van N.W.O. maakte contacten ook niet eenvoudiger. Hoewel veel van deze moeilijkheden waarschijnlijk zijn terug te voeren op het feit, dat ook N.W.O. eerst aan zijn eigen nieuwe kleren moest wennen, is het duidelijk dat er een andere wind is gaan waaien.

Jan ondervond dat als uiterst teleurstellend, het maakte zijn werken er niet eenvoudiger op en het kritisch zijn om het kritisch zijn onderging hij als een verarming, wat het denk ik ook is.

Uit datgene wat ik geschreven heb over de ontwikkeling gedurende de laatste 10 jaar, komt duidelijk naar voren, dat er toen veel veranderd is op het M.C./C.W.I. Dat bracht uiteraard veel werk met zich mee, vooral ook in de beheersstructuur. Er was veel te regelen en in regelen is Jan een meester.

Er zijn ook periodes geweest, dat hij er even alleen voor stond. Dat waren beslist niet de gemakkelijkste tijden voor hem en vooral dan was er veel onderling contact.

Ik denk, dat ik met recht kan zeggen, dat wij veel dank verschuldigd zijn aan Jan, doordat hij het mede mogelijk heeft gemaakt, dat het C.W.I. zijn dienstverlening op het gebied van wiskunde en informatica in optima forma heeft kunnen verlenen. Het is ook zijn inzicht, dat in de komende periode personen met andere faculteiten dan hij meent te bezitten, meer geschikt zijn voor de invulling van het nu uitgestippelde beleid. Dat gevoegd bij het feit, dat hij zijn tijd ook aan andere interessante zaken wil besteden, heeft hem voor de V.U.T. doen kiezen.

Dat betekent dat het vertrouwde beeld van een kleine, keurig in het pak stekende, zich over de gangen voortsnellende man uit het zicht verdwijnt. Persoonlijk heb ik de samenwerking met Jan Nuis niet alleen als constructief ervaren, maar vooral ook als uiterst plezierig.

### Epiloog

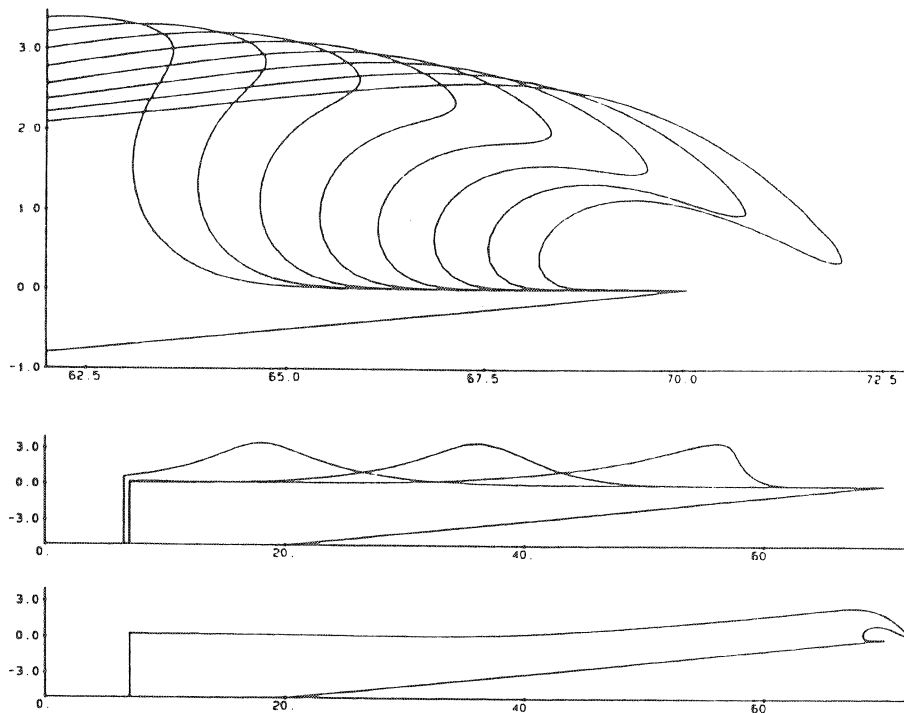
Ik weet, dat Jan altijd veel belangstelling heeft gehad voor de geschiedenis van de ontwikkeling van computers en alles wat daarmee samenhangt. In mijn eigen werk heb ik meer belangstelling voor wat de hedendaagse versies voor mogelijkheden bieden om ingewikkelde fysische problemen op te lossen. En om een kleine tegenhanger te bieden aan het

## Liber Amicorum drs J. Nuis 1964-1991

beeld van de bestuurder, zoals dat misschien op zijn netvlies gebrand is als hij aan mij denkt, kan ik niet nalaten dit stuk af te sluiten met een paar plaatjes die laten zien, wat de huidige rekenmachine vermag als je er de juiste oplossingsmethoden "instopt"; een aardige combinatie van toegepaste Informatica en toegepaste Wiskunde.

Het eerste plaatje toont de berekening van een overslaande golf, een breker zo u wilt, ontstaan vanuit een tegen het strand oplopende golf. Deze berekening is gemaakt in het kader van een S.T.W. project. Het tweede plaatje geeft het resultaat van de berekening van een zogenaamde transone turbulente stroming om een profiel. Er is gekozen voor een situatie, waarbij de grenslaag loslaat. Dit resultaat is verkregen in het kader van het zogenaamde ISNaS project

P.J. Zandbergen



Solitary wave breaking.  $H = 3.5\text{m}$ ,  $c = 9\text{ms}^{-1}$ .

Slope 1:10. Results from final computations.

Program	UT ISNAS-SOLVER	Date
TURBUL2D	HALF GRID CAST7 FOR TURBULENT FLOW	0-Sep-9
MONBLOCK	mach number	16705 points 9:19:22

